ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

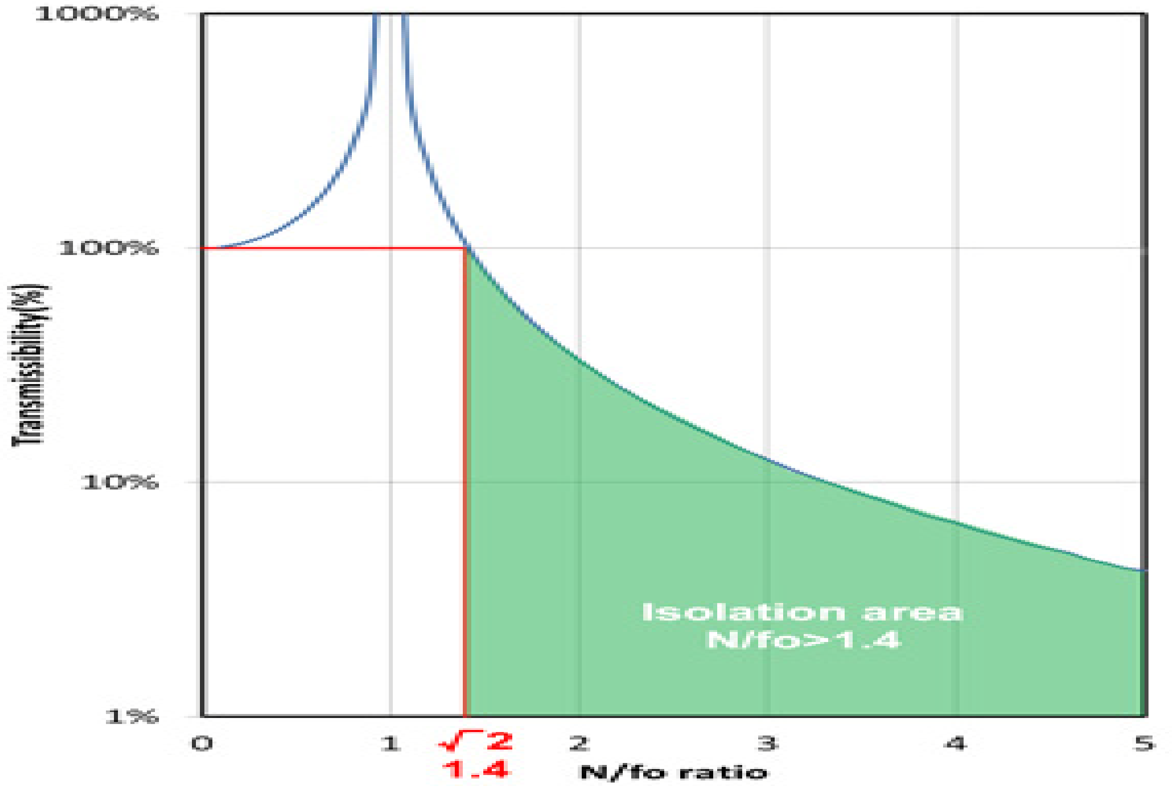
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ & ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΜΕΤΑΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

έκδοση DYNI-TRH_2017a

Πληροφορίες
Δρ. Ι. Αντωνιάδης, Καθηγητής, antogian@central.ntua.gr, 210-7721524
Δρ. Χ. Γιακόπουλος, ΕΔΙΠ, chryiako@central.ntua.gr, 210-7722332

Συνοπτική παρουσίαση θεωρητικών στοιχείων

1



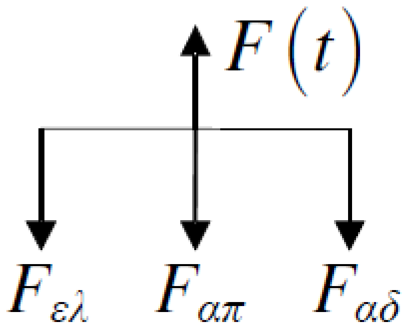
συντελεστής μεταδοτικότητας TR

⬇

(A) πληροφορίες για τον τρόπο με τον οποίο η κινηματική διέγερση βάσης μεταφέρεται στο σύστημα

(B) τεχνική διόρθωσης συντελεστή δυναμικής ενίσχυσης H

Προσέγγιση μέσω γεωμετρικής ερμηνείας εξίσωσης ισορροπίας συστήματος 1 Β.Ε.



ισορροπία δυνάμεων δυναμικού συτήματος 1 Β.Ε.

$$F(t) = F_{\varepsilon\lambda} + F_{\alpha\pi} + F_{\alpha\delta}$$

εξωτερικά ασκούμενη δύναμη

$$F(t) = F_o \cos(\Omega t)$$

δύναμη γραμμικού ελατηρίου

$$F_{\varepsilon\lambda} = kx$$

δύναμη απόσβεσης

$$F_{\alpha\pi} = c\dot{x}$$

αδρανειακή δύναμη

$$F_{\alpha\delta} = m\ddot{x}$$

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

- Για την απόκριση του συστήματος:
  Το σύστημα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με την ιδιοσυχνότητα του διεγέρτη:

$$x(t) = x_p(t) = X\cos(\Omega t - \vartheta)$$

- Για την ταχύτητα του συστήματος:
  Υπολογίζεται η πρώτη χρονική παράγωγος της απόκρισης και προκύπτει

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_p(t) = X\frac{d}{dt}\left(\cos(\Omega t - \vartheta)\right) = \Omega X\left(-\sin(\Omega t - \vartheta)\right) \Rightarrow \dot{x}(t) = \Omega X\cos\left(\Omega t - \vartheta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-\sin(a) = \cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right)$$

- Για την επιτάχυνση του συστήματος:
  Υπολογίζεται η δεύτερη χρονική παράγωγος της απόκρισης και προκύπτει

$$\ddot{x}(t) = \ddot{x}_p(t) = \frac{d}{dt}\left(\dot{x}_p(t)\right) = \frac{d}{dt}\left(\Omega X \cos\left(\Omega t - \vartheta + \frac{\pi}{2}\right)\right) = -\Omega^2 X \sin\left(\Omega t - \vartheta + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) = -\Omega^2 X \cos\left(\Omega t - \vartheta\right)$$

$$\sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(a\right)$$

επομένως, οι δυνάμεις είναι:

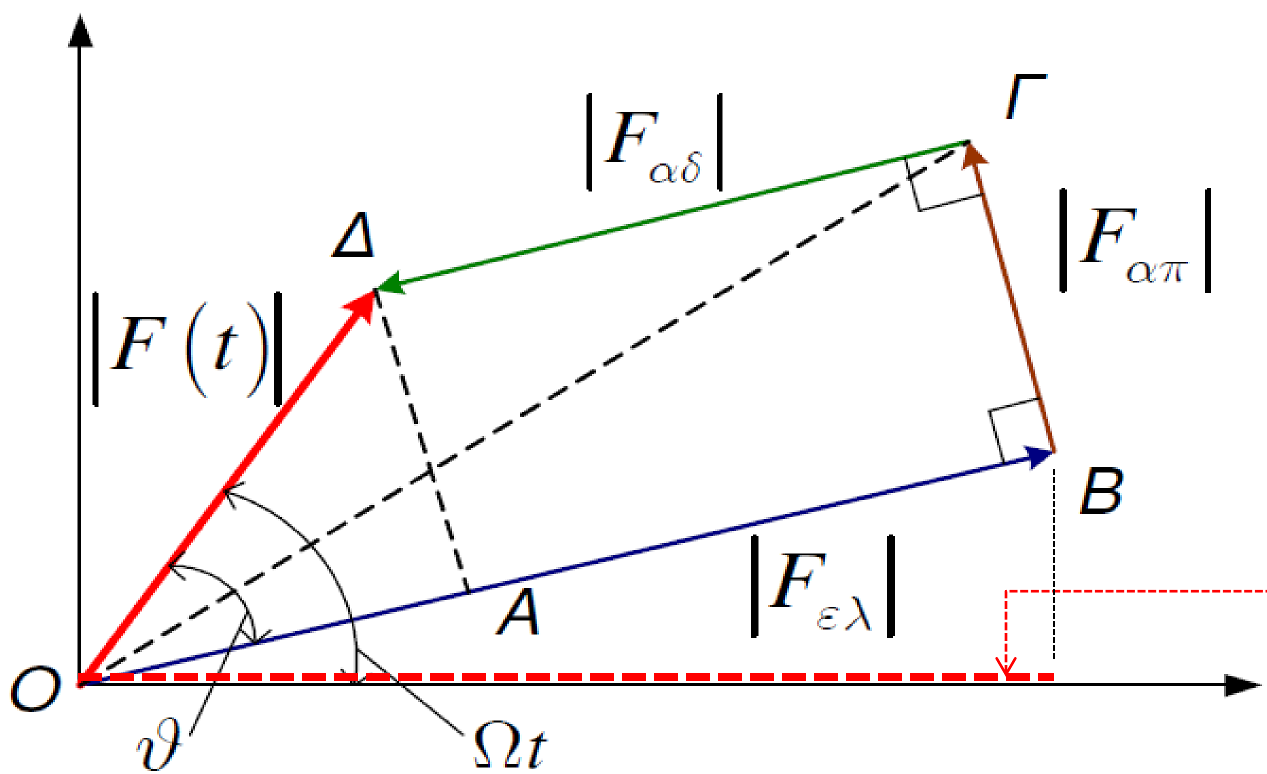
προβολή στον οριζόντιο άξονα

- Για τη δύναμη ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda}$

$$F_{\varepsilon\lambda} = kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \underbrace{kX}_{|F_{\varepsilon\lambda}|}\cos(\Omega t - \vartheta) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \boxed{|F_{\varepsilon\lambda}|}\cos(\Omega t - \vartheta)$$

μέτρο ... $|F_{\varepsilon\lambda}| = kX$

πολική γωνία ... $(\Omega t - \vartheta)$



- Για τη δύναμη απόσβεσης $F_{\alpha\pi}$

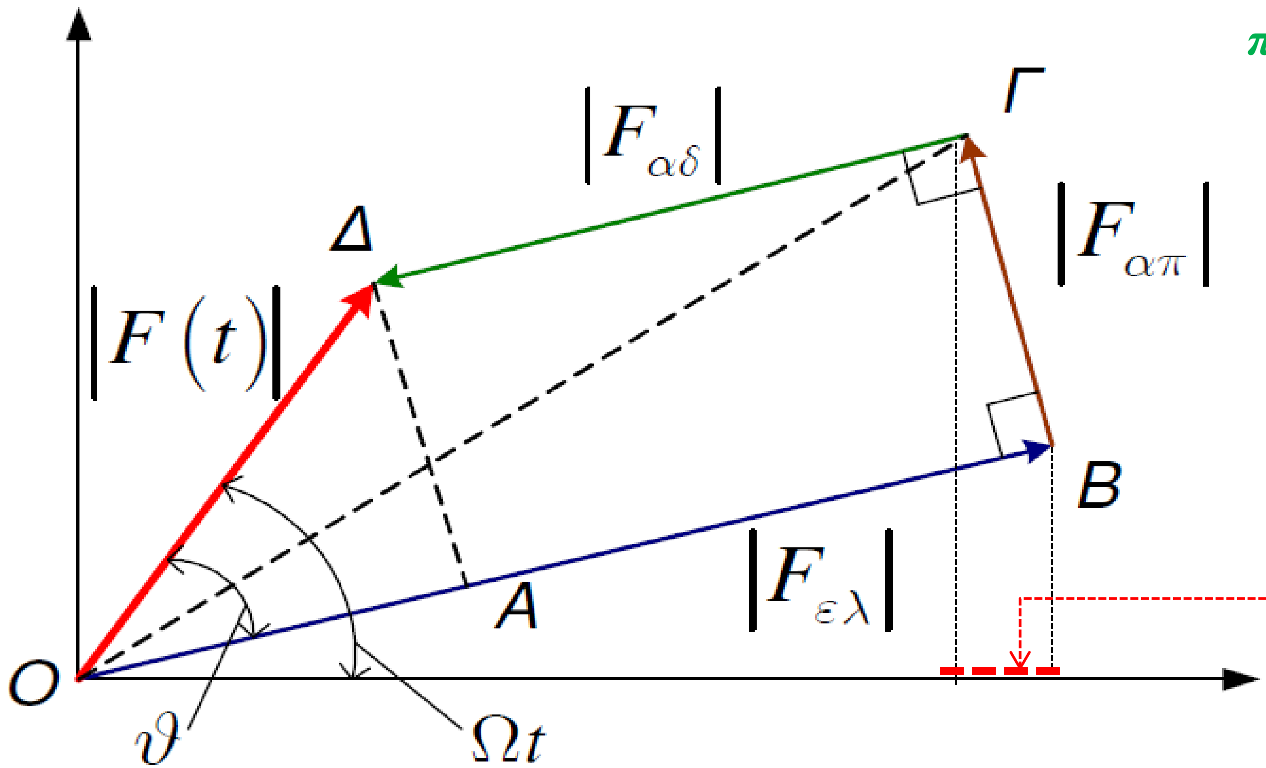
προβολή στον οριζόντιο άξονα

$$F_{\alpha\pi} = k\dot{x} \Rightarrow F_{\alpha\pi} = \underbrace{c\Omega X}_{|F_{\alpha\pi}|}\cos\left(\Omega t - \vartheta + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow F_{\alpha\pi} = \boxed{|F_{\alpha\pi}|}\cos\left(\Omega t - \vartheta + \frac{\pi}{2}\right)$$

μέτρο ... $|F_{\alpha\pi}| = c\Omega X$

πολική γωνία ...

$$\left(\Omega t - \vartheta + \frac{\pi}{2}\right)$$

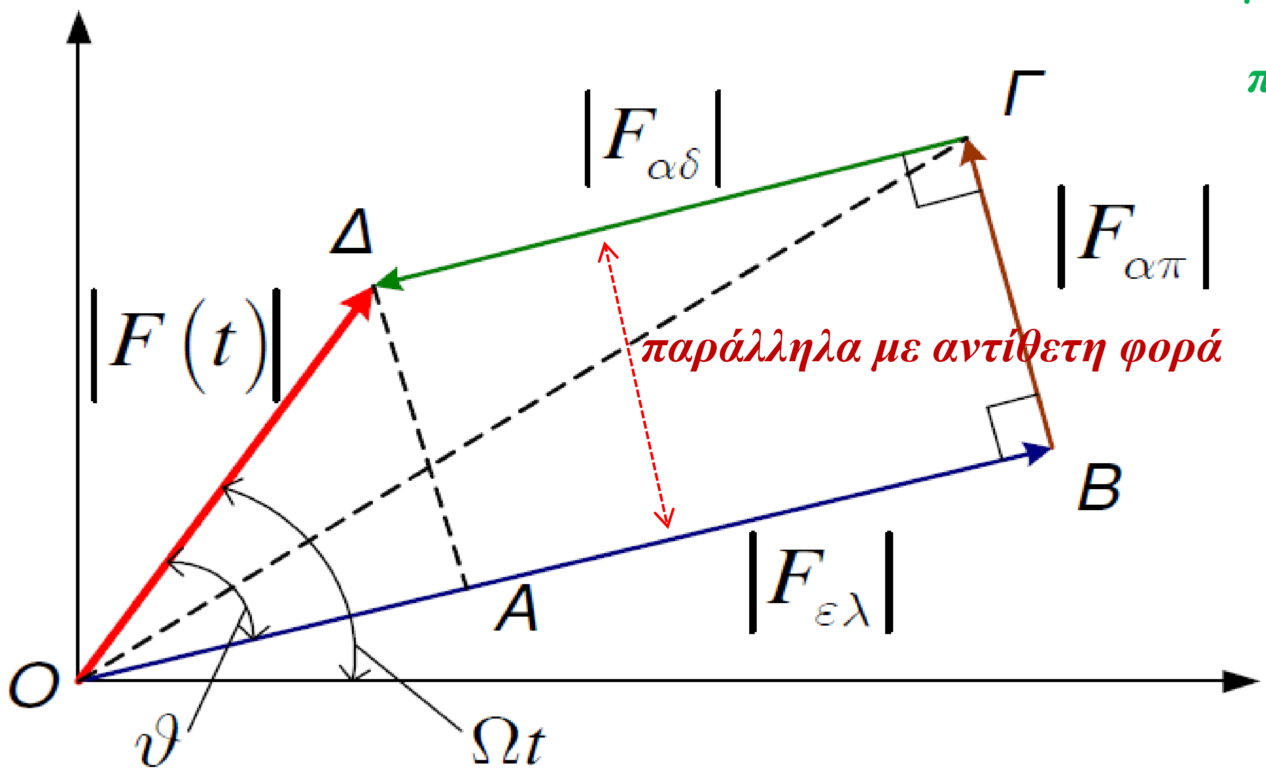


- Για τη δύναμη αδρανείας $F_{\alpha\delta}$

$$F_{\alpha\delta} = m\ddot{x} \Rightarrow F_{\alpha\delta} = -\underbrace{m\Omega^2 X}_{|F_{\alpha\delta}|}\cos(\Omega t - \vartheta) \Rightarrow \overbrace{F_{\alpha\delta} = -|F_{\alpha\delta}|\cos(\Omega t - \vartheta)}^{\text{προβολή στον οριζόντιο άξονα}}$$

μέτρο ... $|F_{\alpha\delta}| = m\Omega^2 X$

πολική γωνία ... $(\Omega t - \vartheta)$



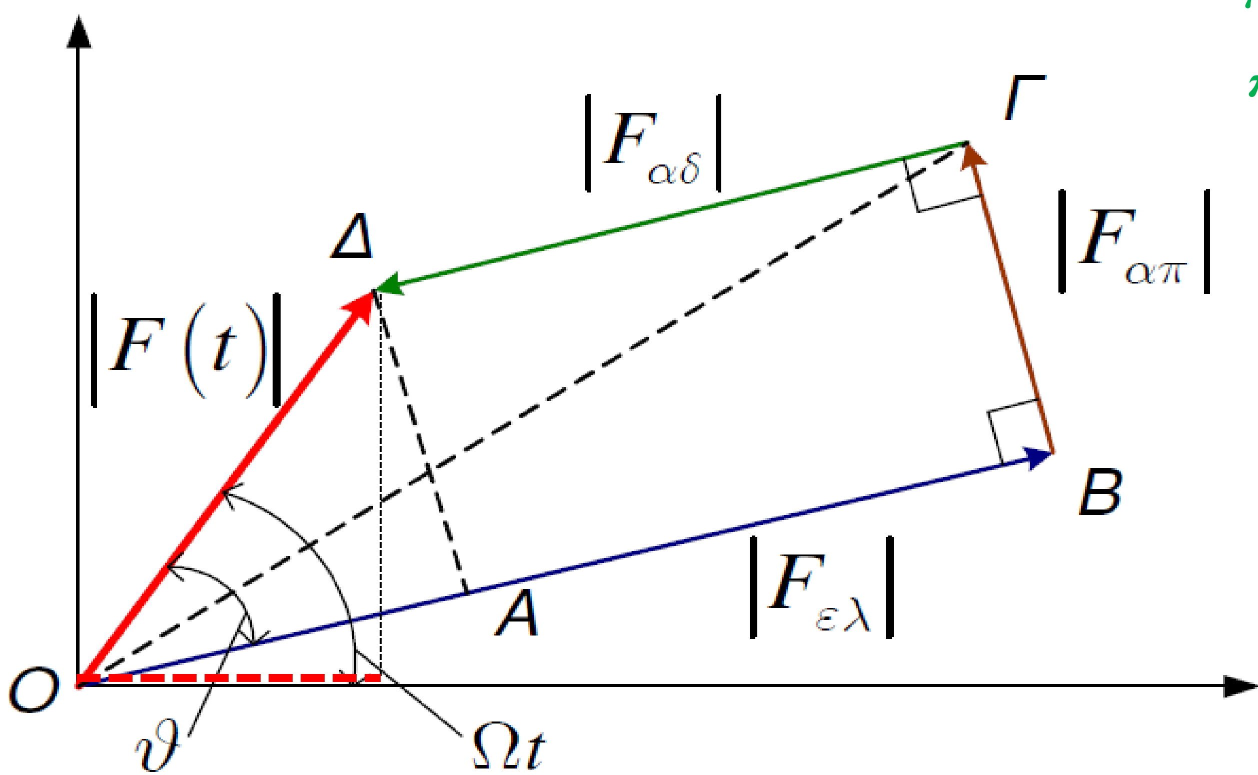
- Για την εξωτερική αρμονική δύναμη διέγερσης $F(t)$

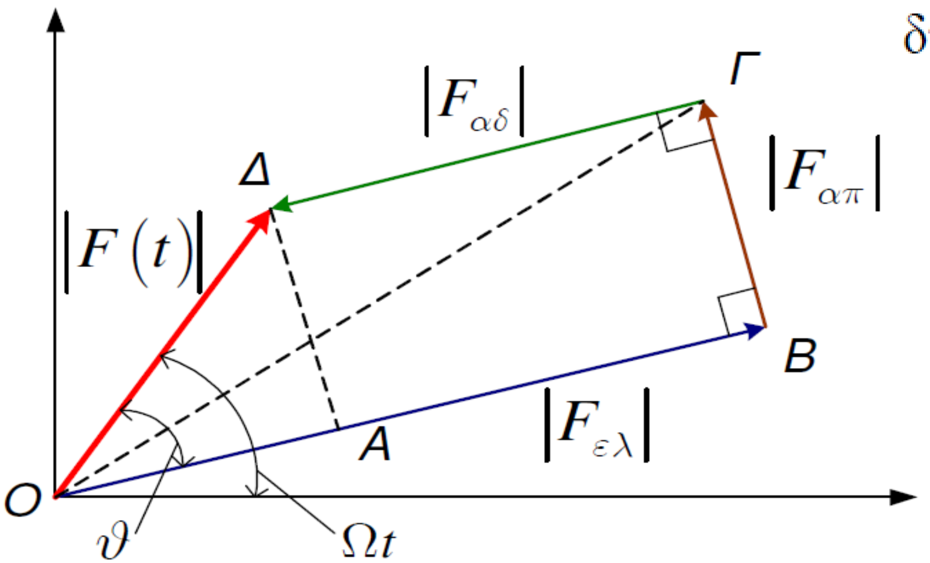
προβολή στον οριζόντιο άξονα

$$F(t) = \underbrace{F_o}_{|F(t)|} \cos(\Omega t) \Rightarrow \overbrace{F(t) = |F(t)|\cos(\Omega t)}$$

μέτρο … $|F(t)| = F_o$

πολική γωνία … (Ωt)





δυναμοπολύγωνο

Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο (ΟΑΔ)

$$(\mathrm{O\Delta})^2=(\mathrm{OA})^2+(\mathrm{A\Delta})^2 \Rightarrow \left|F(t)\right|^2=\left(\left|F_{\varepsilon\lambda}\right|-\left|F_{\alpha\delta}\right|\right)^2+\left|F_{\alpha\pi}\right|^2 \Rightarrow F_o^{\,2}=\left(kX-m\Omega^2X\right)^2+\left(c\Omega X\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_o^{\,2}=\left(k-m\Omega^2\right)^2X^2+\left(c\Omega\right)^2X^2=\left[\left(k-m\Omega^2\right)^2+\left(c\Omega\right)^2\right] \Rightarrow \frac{X^2}{F_o^{\,2}}=\left(\frac{1}{\left[\left(k-m\Omega^2\right)^2+\left(c\Omega\right)^2\right]}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{X}{F_o} = \left(\frac{1}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + \left(c\Omega\right)^2}} \right) \Rightarrow \frac{X\left(\frac{1}{k}\right)}{F_o\left(\frac{1}{k}\right)} = \left(\frac{1}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + \left(c\Omega\right)^2}} \right) \xrightarrow{X_{ST} = \left(\frac{F_o}{k}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{X\left(\frac{1}{k}\right)}{X_{ST}} = \left(\frac{1}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + \left(c\Omega\right)^2}} \right) \Rightarrow \left(\frac{X}{X_{ST}}\right) = \left(\frac{k}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + \left(c\Omega\right)^2}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{X}{X_{ST}}\right) = \left(\frac{k}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + \left(c\Omega\right)^2}} \right) = \left(\frac{k}{\sqrt{\left(k\left[1 - \left(m/k\right)\Omega^2\right]\right)^2 + \left(k\left(c/k\right)\Omega\right)^2}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\frac{X}{X_{ST}}\right)=\left(\frac{k}{\sqrt{k^2\left(1-\left(\frac{m}{k}\right)\Omega^2\right)^2+k^2\left(\left(\frac{c}{m}\right)\left(\frac{m}{k}\right)\Omega\right)^2}}\right)\xrightarrow{\boxed{\omega^2=\left(\frac{k}{m}\right)}}\left(\frac{X}{X_{ST}}\right)=\left(\frac{k}{\sqrt{k^2\left(1-\left(\frac{1}{\omega^2}\right)\Omega^2\right)^2+k^2\left(\left(\frac{c}{m}\right)\left(\frac{1}{\omega}\right)\Omega\right)^2}}\right)\xrightarrow[\boxed{\zeta=\frac{c}{2\omega m}}]{\boxed{q=\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)}}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{X}{X_{ST}}\right)=\left(\frac{\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{\left(1-q^2\right)^2+\left(2\zeta q\right)^2}}\right)\xrightarrow{\mathbb{H}=\left(\frac{X}{X_{ST}}\right)}\mathbb{H}=\left(\frac{X}{X_{ST}}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{\left(1-q^2\right)^2+\left(2\zeta q\right)^2}}\right)\Rightarrow$$

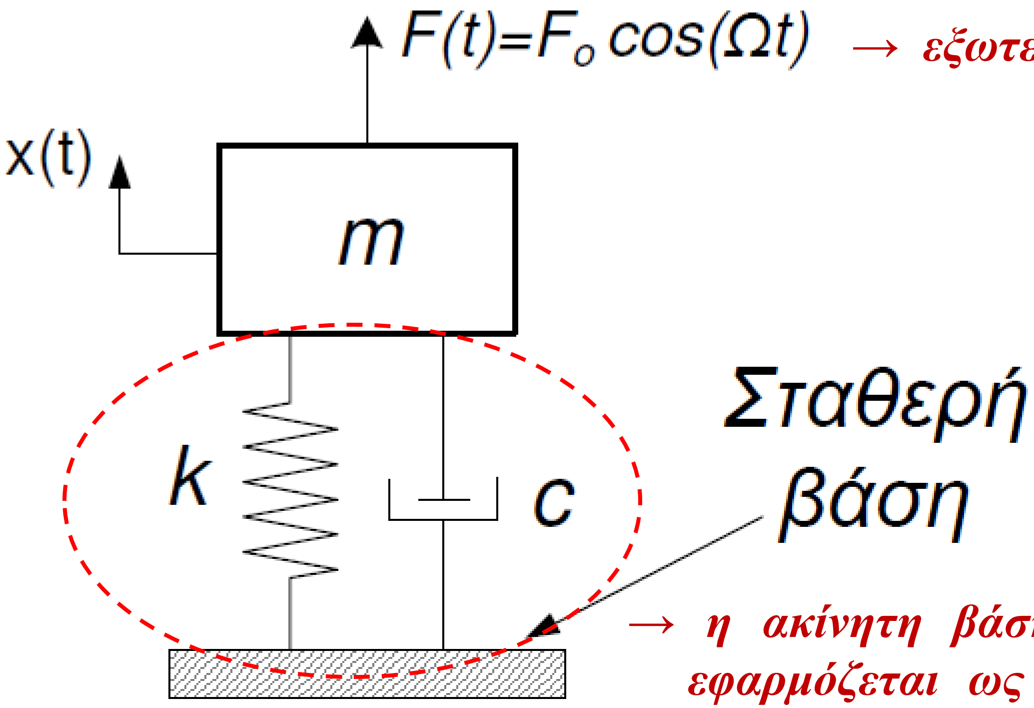
$$\Rightarrow\mathbb{H}=\left(\frac{1}{\sqrt{\left(1-q^2\right)^2+\left(2\zeta q\right)^2}}\right)=\left(\frac{kX}{kX_{ST}}\right)\xrightarrow[\boxed{\left|F(t)\right|=F_o=kX_{ST}}]{\boxed{\left|F_{\varepsilon\lambda}\right|=kX}}\mathbb{H}=\left(\frac{\left|F_{\varepsilon\lambda}\right|}{\left|F(t)\right|}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{\left(1-q^2\right)^2+\left(2\zeta q\right)^2}}\right)$$

Συντελεστής Δυναμικής Ενίσχυσης

επομένως, ...

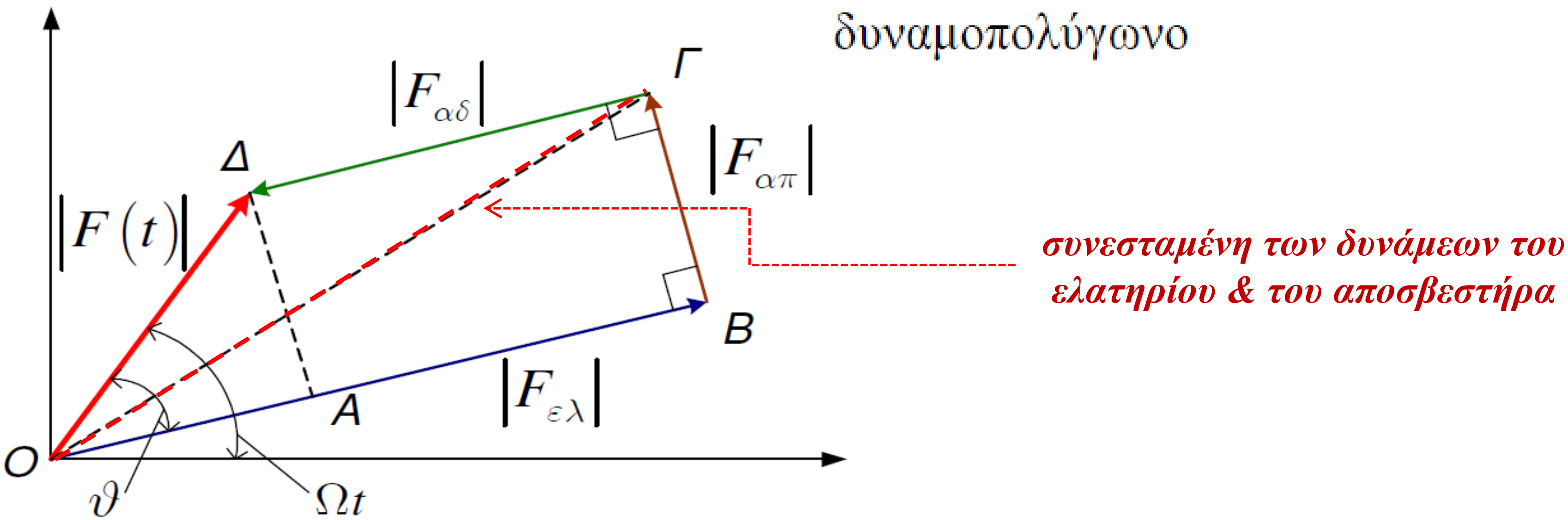
$$\left|F_{\varepsilon\lambda}\right|=\mathbb{H}\left|F(t)\right|$$

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ



→ *εξωτερική δύναμης διέγερσης*

→ *η ακίνητη βάση καταπονείται από δύναμη που εφαρμόζεται ως συνισταμένη των δυνάμεων του ελατηρίου & του αποσβεστήρα*



Πυθαγορείου θεωρήματος στο ορθογώνιο τρίγωνο (ΟΒΓ)

$$\boxed{\frac{|F_B|}{|F(t)|}} = \frac{(\mathrm{O\Gamma})}{(\mathrm{O\Delta})} = \frac{\sqrt{(\mathrm{OB})^2 + (\mathrm{B\Gamma})^2}}{(\mathrm{O\Delta})} = \frac{\sqrt{|F_{\varepsilon\lambda}|^2 + |F_{\alpha\pi}|^2}}{F_o} = \frac{\sqrt{(kX)^2 + (c\Omega X)^2}}{F_o} = \frac{\sqrt{(kX)^2\left[1 + \left(\left(c/k\right)\Omega\right)^2\right]}}{F_o} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|F_B|}{|F(t)|} = \frac{(kX)}{F_o}\sqrt{\left[1 + \left(\left(c/k\right)\Omega\right)^2\right]} = \frac{X}{\left(F_o/k\right)}\sqrt{\left[1 + \left(\left(c/m\right)\left(m/k\right)\Omega\right)^2\right]} \xrightarrow[\omega^2 = \left(\frac{k}{m}\right),\ \zeta = \left(\frac{c}{2\omega m}\right)]{X_{ST} = \left(\frac{F_o}{k}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{|F_B|}{|F(t)|} = \left(\frac{X}{X_{ST}}\right)\sqrt{\left[1+\left(2\zeta\omega\left(1/_{\omega^2}\right)\Omega\right)^2\right]} = \left(\frac{X}{X_{ST}}\right)\sqrt{\left[1+\left(2\zeta\left(\Omega/_{\omega}\right)\right)^2\right]} \xrightarrow{q=\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{|F_B|}{|F(t)|} = \left(\frac{X}{X_{ST}}\right)\sqrt{1+(2\zeta q)^2} \xrightarrow{\mathbb{H}=\left(\frac{X}{X_{ST}}\right)} \left(\frac{|F_B|}{F_o}\right) = \underbrace{\mathbb{H}\sqrt{1+(2\zeta q)^2}}_{(TR)}$$

Συντελεστής Δυναμικής Ενίσχυσης

Συντελεστής Μεταδοτικότητας

επομένως, ...

$$|F_B| = |F(t)|\,(TR) \Rightarrow \boxed{|F_B| = F_o\,(TR)}$$

... ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

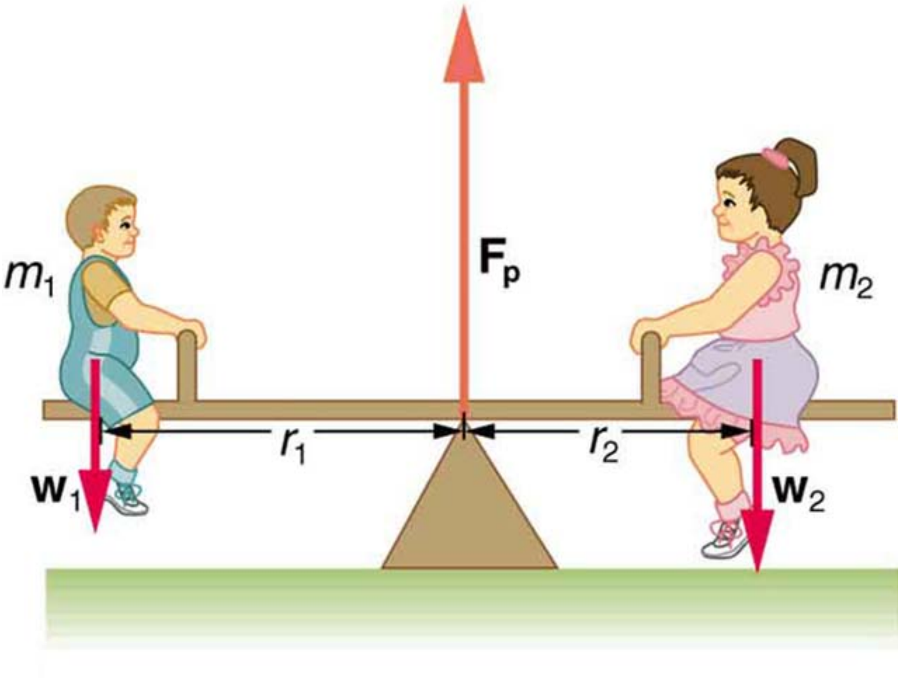
... συντελεστή ενίσχυσης $$\mathrm{H} = \frac{1}{\sqrt{(1-q^2)^2 + (2\cdot\zeta\cdot q)^2}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{TR = H \cdot \sqrt{1 + (2\cdot\zeta\cdot q)^2}}$$

... συναρτήσει

πλατών μετατόπισης ***πλατών δυνάμεων***

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!



Εργαστήριο
Δυναμικής & Κατασκευών

Δρ. Αντωνιάδης Ι. . . . . antogian@central.ntua.gr
Δρ. Γιακόπουλος Χ. . . . chryiako@central.ntua.gr