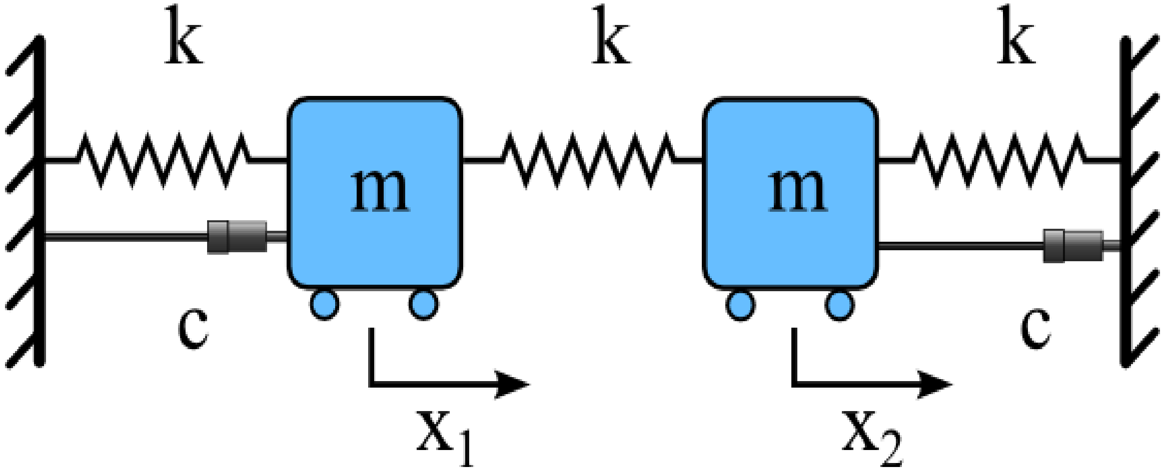
ΑΣΚΗΣΗ 1



έκδοση DYNI-EXC01-2016b

Πληροφορίες
Δρ. Ι. Αντωνιάδης, Καθηγητής, antogian@central.ntua.gr, 210-7721524
Δρ. Χ. Γιακόπουλος, ΕΔΙΠ, chryiako@central.ntua.gr, 210-7722332

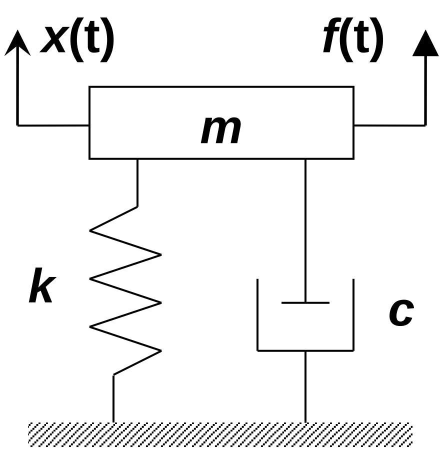
Άσκηση 1: Εκφώνηση - δοκιμή στατικής μετατόπιση

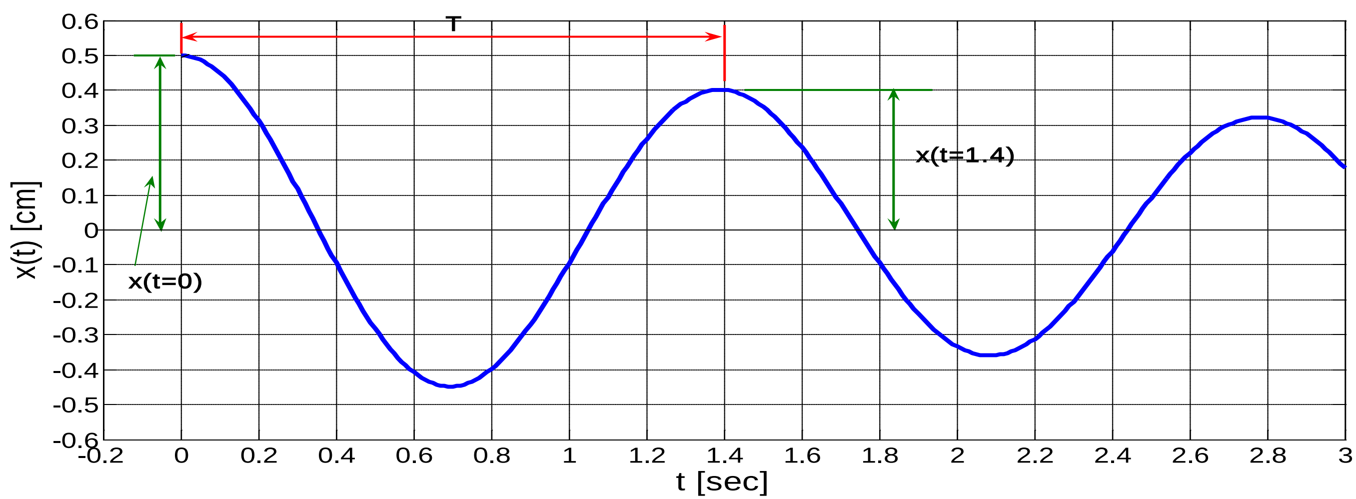
γερανογέφυρα

Έστω, ότι με τη βοήθεια μίας γερανογέφυρας, ανυψώνεται μηχανή κατά x_o=0,5 cm και έστω ότι η δύναμη που απαιτείται για την εν λόγω ανύψωση μετρήθηκε ίση προς F=8900 N. Διευκρινίζεται ότι, πρακτικά, η δύναμη F μετριέται με τη βοήθεια μίας δυναμοκυψέλης, η οποία προσαρτάται κατάλληλα μεταξύ αγκίστρου βαρουλκο-φορείου και μηχανής. Στη συνέχεια, ελευθερώνουμε απότομα τη μηχανή και καταγράφουμε την ταλάντωσή της (δοκιμή στατικής μετατόπισης).

Αναζητούνται τα μεγέθη: ***m, k, c, ζ & ω***

μηχανή

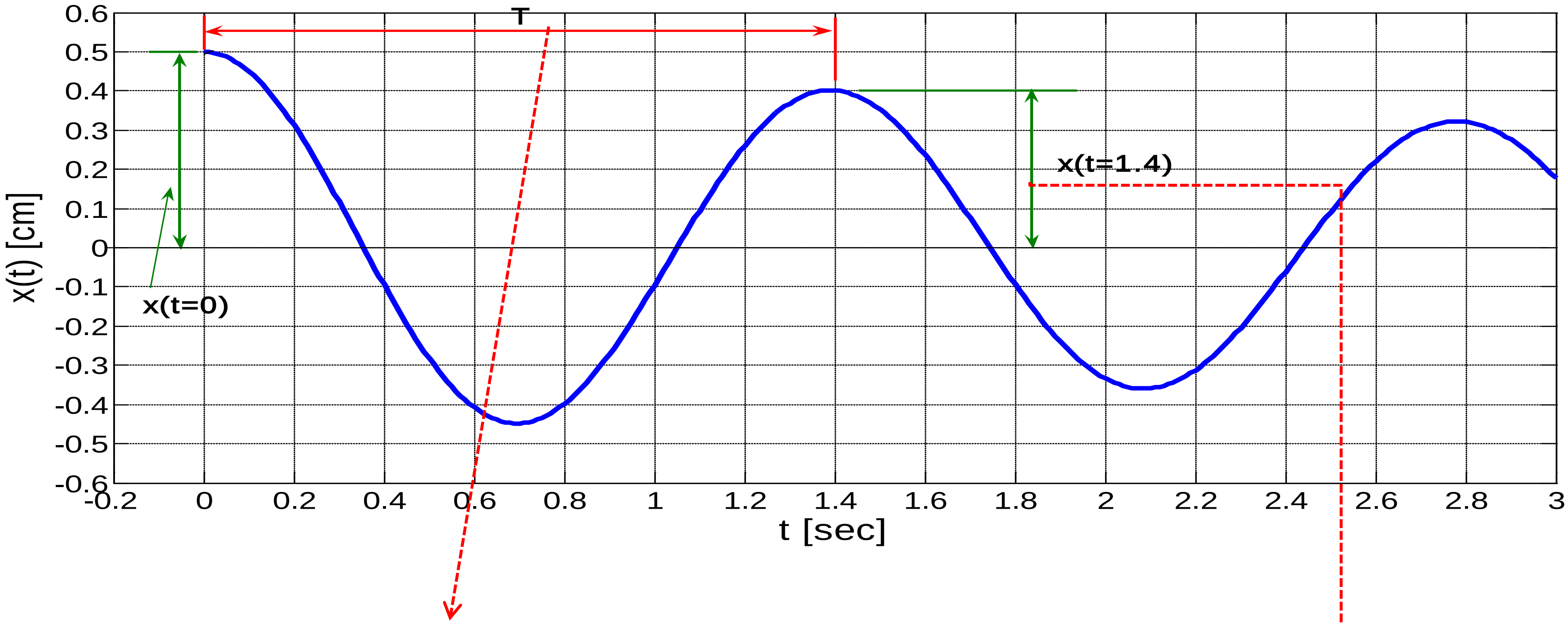




Διαδικασία δοκιμής στατικής μετατόπισης

1. ***Ελαφρά κατακόρυφη ανύψωση της μηχανής μάζας m κατά*** x_o
2. ***Καταγραφή της απαιτούμενης δύναμης F για την ανύψωση***
3. ***Άφεση της μάζας m να ταλαντωθεί ελεύθερα και καταγραφή της ταλάντωσης***
4. ***Από την καταγραφή του 3, μέτρηση του πλάτους ταλάντωσης*** x_1 ***στην πρώτη περίοδο***
5. ***Από την καταγραφή του 3, μέτρηση της περιόδου T***
6. ***Εκτέλεση υπολογισμών βάσει των μεγεθών*** x_o, ***F***, x_1 ***& T***

Άσκηση 1: ΛΥΣΗ - δοκιμή στατικής μετατόπιση



η πρώτη περίοδος επαναφοράς διήρκησε T=1,4 sec

ενώ το αντίστοιχο πλάτος της ταλάντωσης είναι x(t=1,4)=0,4 cm

υπολογισμός σταθεράς ελατηρίου k

$$F = kx_o \Rightarrow k = \frac{F}{x_o} = \frac{8900}{0.5\times 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{k = 1.78\times 10^{6} \ \ N/m}$$

ισχύει $\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} = \dfrac{2\cdot\pi}{\mathrm{T}}$

θεωρούμε ότι ο λόγος απόσβεσης είναι μικρός, δηλ. ζ << 1

$$\left.\begin{array}{l} \omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} = \dfrac{2\cdot\pi}{\mathrm{T}} \\ \zeta \ll 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \omega_n \approx \frac{2\cdot\pi}{\mathrm{T}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_n \approx \frac{2\cdot\pi}{1{,}4} \approx 4{,}488 \Rightarrow \boxed{\omega_n \approx 4{,}49 \ \ rad/sec}$$

… μέτρο απόσβεσης

$$\delta = \ln[\frac{x(t+\mathrm{T})}{x(t)}] = \frac{2\cdot\pi\cdot\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \overset{\zeta << 1}{\Rightarrow} \ln[\frac{x(t+\mathrm{T})}{x(t)}] \approx 2\cdot\pi\cdot\zeta \Rightarrow$$

$$\zeta \approx \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\ln[\frac{x(t+\mathrm{T})}{x(t)}] \approx \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\ln(\frac{0{,}5}{0{,}4}) \Rightarrow \zeta \approx \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot 0{,}223 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\zeta \approx 0{,}0355}$$

προκύπτει μία μικρή τιμή για το λόγο απόσβεσης, κάτι που έρχεται σε συμφωνία με την αρχική απλοποιητική θεώρηση

Εάν προέκυπτε μεγάλη τιμή ζ τότε αυτό θα ήταν σε αντίθεση με την αρχική απλοποιητική θεώρηση, οπότε τότε πράγματι δεν θα ήταν σωστό να δεχθούμε ότι ο λόγος απόσβεσης έχει μικρή τιμή

μαθηματικώς ακριβής προσέγγιση

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 + \delta^2}} \Rightarrow \zeta = \frac{0{,}223}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 + (0{,}223)^2}} = 0{,}0355$$

Το επόμενο μέγεθος που υπολογίζεται είναι η μάζα m της μηχανής

$$\omega_n \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_n^2} = \frac{1{,}78 \times 10^6}{4{,}49^2} = 88293{,}21 Kg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m = 88293{,}2 Kg}$$

Τέλος, η σταθερά απόσβεσης

$$\zeta = \frac{c}{2 \cdot \omega_n \cdot m} \Rightarrow c = 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot m \Rightarrow$$

$$c = 2 \cdot 0{,}0355 \cdot 4{,}49 \cdot 88293{,}2 \Rightarrow c = 28155 \ N \cdot \sec / m$$

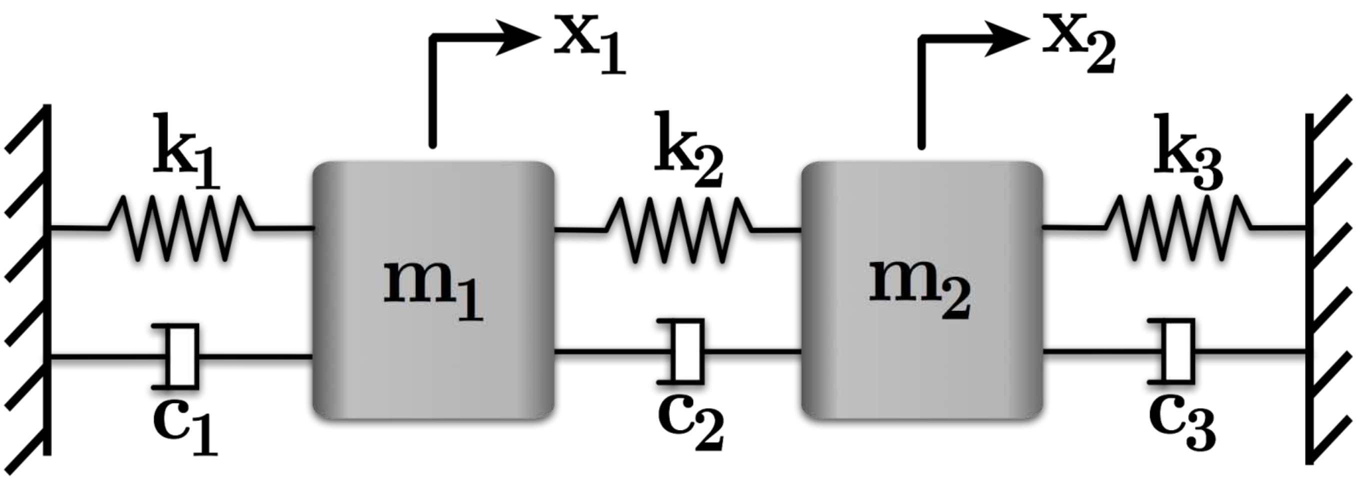
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Τονίζεται ότι στη δοκιμή στατικής μετατόπισης, η ανύψωση του ανηρτημένου σώματος θα πρέπει να είναι κατακόρυφη. Για να εξασφαλισθεί αυτό, θα πρέπει το ανηρτημένο σώμα να ανυψωθεί από το κέντρο μάζας του.
Σε διαφορετική περίπτωση, εκτός της κατακόρυφης ταλάντωσης, θα πραγματοποιηθεί και μία στροφική ταλάντωση, ο άξονας περιστροφής της οποίας θα διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος.
Τέλος, διευκρινίζεται ότι η δοκιμή στατικής μετατόπισης είναι εφαρμόσιμη και στα οχήματα.

Με βάση τα παραπάνω, η δοκιμή στατικής μετατόπισης συνοψίζεται στον Πίνακα

Α/Α	Περιγραφή ενέργειας	Τύπος υπολογισμού
1	Ελαφρά κατακόρυφη ανύψωση της μηχανής μάζας m κατά x_o	- - - - - -
2	Καταγραφή της απαιτούμενης δύναμης F για την ανύψωση	- - - - - -
3	Άφεση της μάζας m να ταλαντωθεί ελεύθερα και καταγραφή της ταλάντωσης	- - - - - -
4	Από την καταγραφή της ταλάντωσης, μέτρηση του πλάτους ταλάντωσης x_1 στην πρώτη περίοδο	- - - - - -
5	Από την καταγραφή της ταλάντωσης, μέτρηση της περιόδου T	- - - - - -
6	Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου	$k=\left(\frac{F}{x_o}\right)$
7	Υπολογισμός της φυσικής ιδιοσυχνότητας του συστήματος	$\omega \approx \frac{2\pi}{T}$
8	Υπολογισμός του λόγου απόσβεσης του συστήματος	$\zeta \approx \left(\frac{1}{2\pi}\right)\ln\left(\frac{x_1}{x_o}\right)$
9	Υπολογισμός της ανηρτημένης μάζας	$m=\left(\frac{k}{\omega^2}\right)$
10	Υπολογισμός της σταθεράς του αποσβεστήρα	$c=2\zeta\omega m$

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!



Εργαστήριο
Δυναμικής & Κατασκευών

Δρ. Αντωνιάδης Ι. . . . . antogian@central.ntua.gr
Δρ. Γιακόπουλος Χ. . . . chryiako@central.ntua.gr