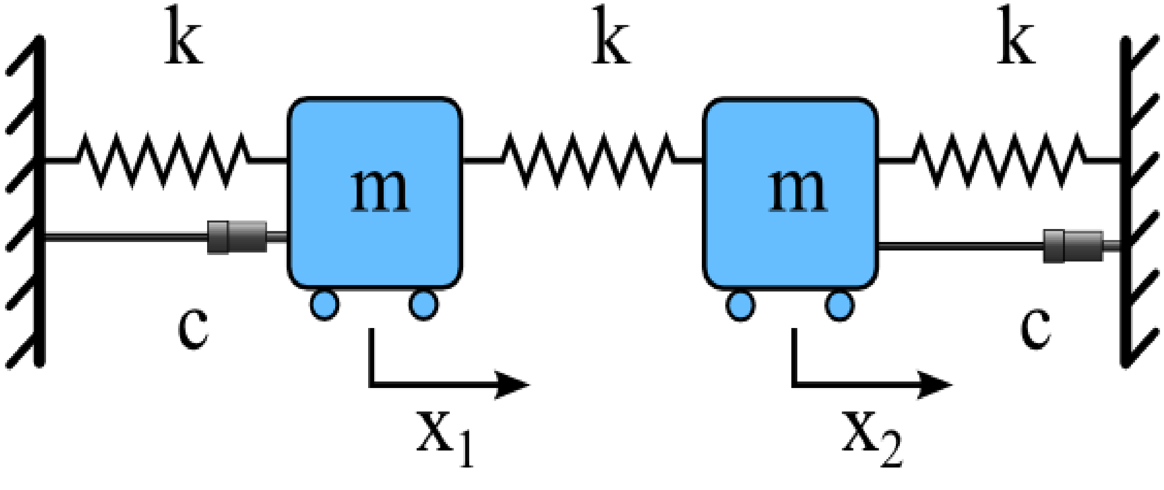
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ 14



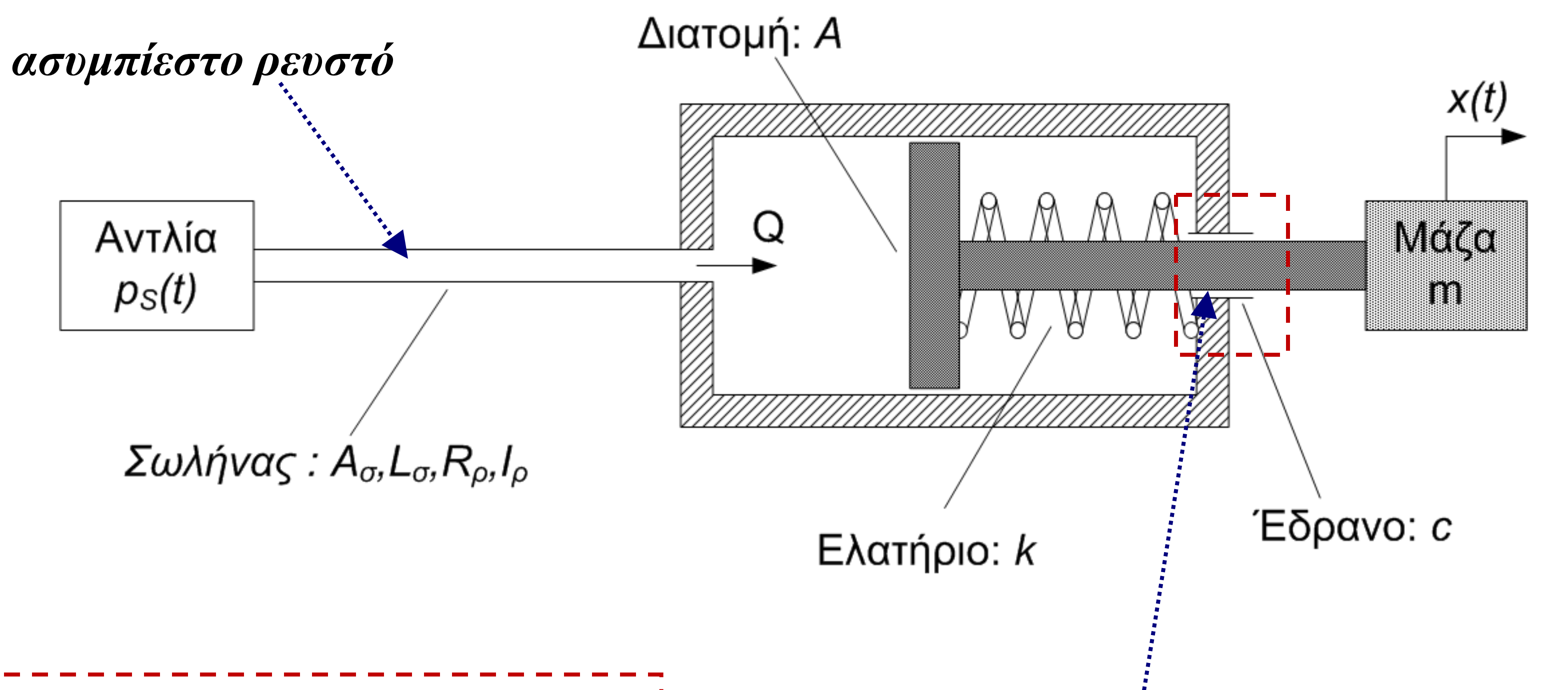
έκδοση DYNI-EXC14-2016b

Πληροφορίες
Δρ. Ι. Αντωνιάδης, Καθηγητής, antogian@central.ntua.gr, 210-7721524
Δρ. Χ. Γιακόπουλος, ΕΔΙΠ, chryiako@central.ntua.gr, 210-7722332

έστω …

υδραυλικός επενεργητής αποτελείται από:

- ***ένα υδραυλικό υποσύστημα και***
- ***ένα μηχανικό υποσύστημα***



? *εξίσωση κίνησης συστήματος*

(με μετασχηματισμό Laplace)

- ***ρουλεμάν με στεγανοποιητικό δακτύλιο***
- ***λόγω της κίνησης (ταλάντωσης) του εμβόλου αναπτύσσονται σε αυτό υδροδυναμικές τριβές***

υπολογισμός ενεργειακών όρων υδραυλικού υποσυστήματος

- *η κινητική ενέργεια συσσωρεύεται στο στοιχείο αδρανείας του ρευστού* $T_\rho = \frac{1}{2} I_\rho Q^2$

- *η δυναμική ενέργεια είναι μηδενική :* $U_\rho = 0$
  - *ασυμπίεστο ρευστό*
  - *η ροή του ρευστού είναι οριζόντια, άρα δεν μεταβάλλεται καθ' ύψος η στάθμη του ρευστού*

- *ενέργεια διαχέεται στην αντίσταση του σωλήνα:* $P_{C,\rho} = \frac{1}{2} R_\rho Q^2$

- *ισχύς προσφέρεται εξωτερικά από την αντλία πίεσης:* $P_{t,\rho} = p_S Q$

❑ *υπολογισμός ενεργειακών όρων μηχανικού υποσυστήματος*

- ***κινητική ενέργεια συσσωρεύεται στη μάζα:*** $T_e = \frac{1}{2}\, m\, \dot{x}^2$

- ***δυναμική ενέργεια συσσωρεύεται στο ελατήριο:*** $U_e = \frac{1}{2} k\, x^2$

- ***ενέργεια διαχέεται στην αντίσταση του εδράνου:*** $P_{C,e} = \frac{1}{2} c\, \dot{x}^2$

- ***στο υποσύστημα δεν προσφέρεται εξωτερικά ισχύς:*** $P_{t,e} = 0$

συνολικά για το εξεταζόμενο σύστημα, οι ενεργειακοί όροι προκύπτουν από την άθροιση των επί μέρους όρων

⬇

- ***κινητική ενέργεια του συστήματος:*** $T = T_\rho + T_e \Rightarrow T = \frac{1}{2} I_\rho \boxed{\dot{Q}^2} + \frac{1}{2} m \boxed{\dot{x}^2}$
- ***δυναμική ενέργεια του συστήματος:*** $U = U_\rho + U_e = 0 + \frac{1}{2} k\, x^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} k \boxed{x^2}$
- ***η ενέργεια του συστήματος που διαχέεται:*** $P_C = P_{C,\rho} + P_{C,e} \Rightarrow P_C = \frac{1}{2} R_\rho \boxed{\dot{Q}^2} + \frac{1}{2} c \boxed{\dot{x}^2}$
- ***η εξωτερικά προσφερόμενη στο σύστημα ισχύς:*** $P_t = P_{t,\rho} + P_{t,e} = p_S\, Q + 0 \Rightarrow P_t = p_S \boxed{Q}$

❑ *επιλογή Β.Ε. συστήματος*

συνολικοί ενεργειακοί όροι

εμπλεκόμενες κινηματικές μεταβλητές

μετατόπιση του εμβόλου ***παροχή όγκου του ρευστού***

παρατήρηση ...

η δυναμική κατάσταση των 2 υποσυστημάτων περιγράφεται από ...

- ***την παροχή Q***
- ***την ταχύτητα V ή την μετατόπιση x***

η σύζευξη των υποσυστημάτων επιτυγχάνεται με τη 'βοήθεια' ενισχυτή

$$F = AP \quad \textit{και} \quad \upsilon = \left(\frac{1}{A}\right) Q \quad \rightarrow \quad \mathrm{T} = A \qquad ❶$$

συντελεστής του ενισχυτή

για 2 κινηματικές μεταβλητές διαθέτουμε μία εξίσωση

⬇

το εξεταζόμενο συζευγμένο ρευστομηχανικό σύστημα διαθέτει 1 Β.Ε.

⬇

δυνατότητα επιλογής ως Β.Ε. είτε τη μετατόπιση του εμβόλου είτε την παροχή όγκου του ρευστού (ή ισοδύναμα, την μεταβολή όγκου του ρευστού)

- **επιλογή της μετατόπισης του εμβόλου ως Β.Ε.**

❶ $\Rightarrow$ $$\upsilon = \left(\frac{1}{A}\right) Q \xrightarrow{\upsilon = \dot{x}} \dot{x} = \left(\frac{1}{A}\right) Q \Rightarrow Q = A\dot{x}$$ ❷

❷

συνολικοί ενεργειακοί όροι $\Rightarrow$ ...

- ***κινητική ενέργεια του συστήματος:***

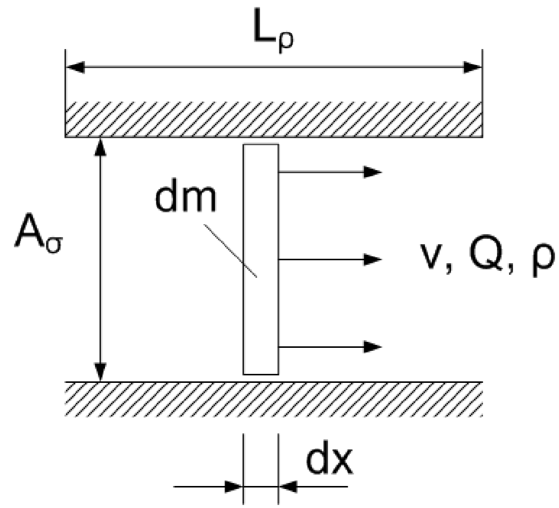
$$T = \frac{1}{2} I_\rho Q^2 + \frac{1}{2} m\,\dot{x}^2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} I_\rho \left(A\dot{x}\right)^2 + \frac{1}{2} m\,\dot{x}^2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\boxed{I_\rho} A^2 + m\right)}_{M} \dot{x}^2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} M\,\dot{x}^2$$

ισοδύναμη μάζα συστήματος

αφορά στον αγωγό που συνδέει την αντλία με τον υδραυλικό κύλινδρο και δεν θα πρέπει να συγχέεται με την κίνηση του ρευστού μέσα στον υδραυλικό κύλινδρο

❸

* ...



*** ... ***τμήμα σωλήνα σταθερής διατομής***

- ***στοιχειώδης μάζα του ρευστού …***

$$dm = \rho\, dV \Rightarrow \xrightarrow{dV = A_\sigma\, dx} dm = \rho\, A_\sigma\, dx$$

- ***κινητική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας …***

$$E_{kin} = \left(\frac{1}{2}\right) dm\, \upsilon^2 = dT$$

- ***ταχύτητα της στοιχειώδους μάζας …*** $Q = \upsilon A_\sigma \Rightarrow \upsilon = \left(\dfrac{Q}{A_\sigma}\right)$

- ***η συνολική κινητική ενέργεια του ρευστού στο μήκος του σωλήνα …*** $T = \int_0^l dT$

$$\Downarrow$$

$$\Downarrow$$

$$T=\int_0^l dT=\int_0^{L_\rho}\left(\frac{1}{2}\right)dm\,\upsilon^2=\int_0^{L_\rho}\left(\frac{1}{2}\right)\rho\,A_\sigma\left(\frac{Q}{A_\sigma}\right)^2 dx=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\rho}{A_\sigma}\right)Q^2\int_0^{L_\rho}dx\Rightarrow$$

$$\Rightarrow T=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\rho}{A_\sigma}\right)Q^2L_\rho\Rightarrow T=\left(\frac{1}{2}\right)\underbrace{\left(\frac{\rho L_\rho}{A_\sigma}\right)}Q^2$$

ισοδύναμη αδράνεια ενός υδραυλικού συστήματος … I_p

όπου … $I_\rho=\left(\dfrac{\rho L_\rho}{A_\sigma}\right)$ ***… λειτουργεί ως στοιχείο αδρανείας στην κινητική ενέργεια***

4

παρατήρηση …

… εκκινώντας από τον ορισμό της κινητικής ενέργειας σε ένα γραμμικό μηχανικό σύστημα, και χρησιμοποιώντας την έννοια της μάζας ενός ρευστού, καταλήξαμε στην ισοδύναμη αδράνεια ενός υδραυλικού συστήματος

... συνεχίζοντας

❸ ***και*** ❹ $\Rightarrow$ $$T=\frac{1}{2}\underbrace{\left(\left(\frac{\rho L_\sigma}{A_\sigma}\right)A^2+m\right)}_{M}\dot{x}^2 \Rightarrow T=\frac{1}{2}M\ \dot{x}^2$$

M ... ισοδύναμη μάζα συστήματος

- ***η δυναμική ενέργεια του συστήματος:*** $U=\frac{1}{2}k\ x^2 \xrightarrow{K=k} U=\frac{1}{2}\boxed{K}\ x^2$

ισοδύναμο ελατήριο συστήματος

- ***η διαχεόμενη ισχύς του συστήματος:***

$$P_C=\frac{1}{2}R_\rho\left(A\dot{x}\right)^2+\frac{1}{2}c\ \dot{x}^2 \Rightarrow P_C=\frac{1}{2}\underbrace{\left(R_\rho\ A^2+c\right)}_{C}\dot{x}^2 \Rightarrow P_C=\frac{1}{2}\boxed{C}\ \dot{x}^2$$

ισοδύναμη απόσβεση συστήματος

- *η εξωτερικά προσφερόμενη στο σύστημα ισχύς:*

$$P_t = p_S\, Q \Rightarrow P_t = \underbrace{p_S\, A}_{F_S}\, \dot{x} \Rightarrow P_t = \boxed{F_S}\, \dot{x}$$

ισοδύναμη διέγερση συστήματος

❑ ενεργειακή αρχή Lagrange → εξίσωση της κίνησης του συστήματος

... για την ανεξάρτητη κινηματική μεταβλητή $q = x$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial P_C}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{q}} \xrightarrow[\dot{q}=\dot{x}]{q=x} \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial P_C}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{x}} \qquad ❺$$

- *για τον αδρανειακό όρο:*

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \xrightarrow[\dot{q}=\dot{x}]{q=x} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial (T-U)}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}}\left\{\left(\frac{1}{2}\right)\left(M\,\dot{x}^2 - K\,x^2\right)\right\} \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = M\,\dot{x}$$

⬇ *παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο ...*

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{d}{dt}\left(M\dot{x}\right) = M\ddot{x}$$

- *για τον όρο ελαστικότητας:*

$$-\frac{\partial L}{\partial q}\xrightarrow{q=x}-\frac{\partial L}{\partial x}=-\frac{\partial\left(T-U\right)}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\left\{\left(\frac{1}{2}\right)\left(M\dot{x}^{2}-Kx^{2}\right)\right\}\Rightarrow-\frac{\partial L}{\partial q_{1}}=-\left(-Kx\right)=Kx$$

- *για τον όρο διάχυσης:*

$$\frac{\partial P_{C}}{\partial \dot{q}}\xrightarrow[\dot{q}=\dot{x}]{q=x}\frac{\partial P_{C}}{\partial \dot{x}}=\frac{\partial}{\partial \dot{x}}\left\{\frac{1}{2}C\,\dot{x}^{2}\right\}\Rightarrow\frac{\partial P_{C}}{\partial \dot{x}}=C\,\dot{x}$$

- *για τον όρο διέγερσης:*

$$\frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{q}}\xrightarrow[\dot{q}=\dot{x}]{q=x}\frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{x}}=\frac{\partial}{\partial \dot{x}}\left\{F_{S}\;\dot{x}\right\}\Rightarrow\frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{x}}=F_{S}$$

... αντικαθιστώντας στην ❺ $\Longrightarrow \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial P_{C}}{\partial \dot{x}}=\frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{x}}\Rightarrow M\ddot{x}+Kx+C\dot{x}=F_{S}\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=F_{S}}$$

- **επιλογή της μεταβολής όγκου του ρευστού ως Β.Ε.**

εξ ορισμού ... $Q = \dot{V}_\rho$ *όπου ...* $V_\rho = A\,x \Rightarrow x = \left(\dfrac{1}{A}\right) V_\rho$

❶ $\Rightarrow$ $\upsilon = \left(\dfrac{1}{A}\right) Q \Rightarrow \dot{x} = \left(\dfrac{1}{A}\right) Q \xrightarrow{Q=\dot{V}_\rho} \dot{x} = \left(\dfrac{1}{A}\right) \dot{V}_\rho$ ❻

❻

συνολικοί ενεργειακοί όροι $\Rightarrow$ ...

- ***κινητική ενέργεια του συστήματος:***

$$T = \frac{1}{2} I_\rho\, Q^2 + \frac{1}{2}\; m\, \dot{x}^2 \xrightarrow[x=\left(\frac{1}{A}\right)V_\rho]{Q=\dot{V}_\rho} T = \frac{1}{2} I_\rho\, \dot{V}_\rho^{\;2} + \frac{1}{2}\; m \left(\frac{1}{A}\dot{V}_\rho\right)^2 \Rightarrow T = \frac{1}{2}\underbrace{\left(I_\rho + \left(\frac{m}{A^2}\right)\right)}_{\bar{I}_p} \dot{V}_\rho^{\;2} \Rightarrow$$

ισοδύναμη αδράνεια συστήματος ... $\bar{I}_p$

$$T = \frac{1}{2}\underbrace{\left(I_\rho + \left(\frac{m}{A^2}\right)\right)}_{\bar{I}_\rho} \dot{V}_\rho^{\;2} \Rightarrow T = \frac{1}{2}\bar{I}_\rho\, \dot{V}_\rho^{\;2}$$

- ***δυναμική ενέργεια του συστήματος:***

$$U=\frac{1}{2}k\,x^2 \xrightarrow{x=\left(\frac{V_\rho}{A}\right)} U=\frac{1}{2}k\left(\frac{V_\rho}{A}\right)^2=\frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{k}{A^2}\right)}V_\rho{}^2$$

συμπιεστότητα ρευστου ... **1/C_p** **** ...**

- ***διαχεόμενη ισχύς του συστήματος:***

$$P_C=\frac{1}{2}R_\rho\left(A\dot{x}\right)^2+\frac{1}{2}c\,\dot{x}^2 \xrightarrow[\dot{x}=\left(\frac{\dot{V}_\rho}{A}\right)]{x=\left(\frac{V_\rho}{A}\right)} P_C=\frac{1}{2}R_\rho\left(A\left(\frac{\dot{V}_\rho}{A}\right)\right)^2+\frac{1}{2}c\left(\frac{\dot{V}_\rho}{A}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_C=\frac{1}{2}\underbrace{\left(R_\rho+\left(\frac{c}{A^2}\right)\right)}\dot{V}_\rho{}^2 \Rightarrow P_C=\frac{1}{2}\overline{R}_\rho\,\dot{V}_\rho{}^2$$

$\overline{R}_p$ ***... ισοδύναμη αντίσταση συστήματος***

** ...

*η ταχύτητα διάδοσης του ήχου **c** σε ένα ρευστό εξαρτάται από την πυκνότητα **p** του ρευστού και το μέτρο διόγκωσης **K** του ρευστού …*

$$c^2 = \left(\frac{K}{\rho} \right)$$

***μέτρο διόγκωσης** ενός σώματος: αντίσταση του σώματος σε ομοιόμορφη συμπίεση*

(όσο περισσότερο ασυμπίεστο είναι ένα σώμα τόσο υψηλότερη τιμή διαθέτει)

Όταν ένα ρευστό ρέει εντός σωλήνα με ελαστικά τοιχώματα, τότε η ελαστικότητα του τοιχώματος επηρεάζει τη διόγκωση του ρευστού (ισοδύναμα, εισάγει στο ρευστό πρόσθετη συμπιεστότητα), άρα επηρεάζει το μέτρο διόγκωσης του ρευστού, με αποτέλεσμα τη μεταβολή της ταχύτητας διάδοσης του ήχου μέσα στον σωλήνα.

φυσική ερμηνεία του όρου $1/C_p$

το ρευστό, το οποίο αρχικά θεωρήθηκε ως ασυμπίεστο, αποκτά μία συμπιεστότητα (ισοδύναμη ελαστικότητα) εξ αιτίας της ελαστικότητας του εμβόλου

- ***η εξωτερικά προσφερόμενη στο σύστημα ισχύς:*** $P_t = p_S\, Q \xrightarrow{Q=\dot{V}_\rho} P_t = \boxed{p_S}\, \dot{V}_\rho$

… ισοδύναμη διέγερση συστήματος

❑ *ενεργειακή αρχή Lagrange → εξίσωση της κίνησης του συστήματος*

… για την ανεξάρτητη κινηματική μεταβλητή $q = V_\rho$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial P_C}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{q}} \xrightarrow[\dot{q}=\dot{V}_\rho]{q=V_\rho} \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{V}_\rho}\right) - \frac{\partial L}{\partial V_\rho} + \frac{\partial P_C}{\partial \dot{V}_\rho} = \frac{\partial P_t}{\partial \dot{V}_\rho} \qquad (8)$$

- ***για τον αδρανειακό όρο:***

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \xrightarrow[\dot{q}=\dot{V}_\rho]{q=V_\rho} \frac{\partial L}{\partial \dot{V}_\rho} = \frac{\partial (T-U)}{\partial \dot{V}_\rho} = \frac{\partial}{\partial \dot{V}_\rho}\left(\frac{1}{2}\bar{I}_\rho\, \dot{V}_\rho^{\,2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C_\rho}\right)V_\rho^{\,2}\right) \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{V}_\rho} = \bar{I}_\rho\, \dot{V}_\rho$$

⬇ ***παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο …***

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{V}_\rho}\right) = \frac{d}{dt}\left(\bar{I}_\rho\, \dot{V}_\rho\right) \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{V}_\rho}\right) = \bar{I}_\rho\, \ddot{V}_\rho$$

- *για τον όρο ελαστικότητας:*

$$-\frac{\partial L}{\partial q}\xrightarrow{q=V_\rho}-\frac{\partial L}{\partial V_\rho}=-\frac{\partial\left(T-U\right)}{\partial V_\rho}=-\frac{\partial}{\partial V_\rho}\left(\frac{1}{2}\overline{I}_\rho\,\dot{V}_\rho^{\,2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{C_\rho}\right)V_\rho^{\,2}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow-\frac{\partial L}{\partial V_\rho}=-\left(-\left(\frac{1}{C_\rho}\right)V_\rho\right)\Rightarrow-\frac{\partial L}{\partial V_\rho}=\left(\frac{1}{C_\rho}\right)V_\rho$$

- *για τον όρο διάχυσης:*

$$\frac{\partial P_C}{\partial\dot{q}}\xrightarrow[\dot{q}=\dot{V}_\rho]{q=V_\rho}\frac{\partial P_C}{\partial\dot{V}_\rho}=\frac{\partial}{\partial\dot{V}_\rho}\left(\frac{1}{2}\overline{R}_\rho\,\dot{V}_\rho^{\,2}\right)\Rightarrow\frac{\partial P_C}{\partial\dot{V}_\rho}=\overline{R}_\rho\,\dot{V}_\rho$$

- *για τον όρο διέγερσης:*

$$\frac{\partial P_t}{\partial\dot{q}}\xrightarrow[\dot{q}=\dot{V}_\rho]{q=V_\rho}\frac{\partial P_t}{\partial\dot{V}_\rho}=\frac{\partial}{\partial\dot{V}_\rho}\left(p_S\,\dot{V}_\rho\right)\Rightarrow\frac{\partial P_t}{\partial\dot{V}_\rho}=p_S$$

... αντικαθιστώντας στην ❽ ⇒

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{V}_{\rho}}\right)-\frac{\partial L}{\partial V_{\rho}}+\frac{\partial P_{C}}{\partial \dot{V}_{\rho}}=\frac{\partial P_{t}}{\partial \dot{V}_{\rho}} \Rightarrow \bar{I}_{\rho}\ddot{V}_{\rho}+\left(\frac{1}{C_{\rho}}\right)V_{\rho}+\bar{R}_{\rho}\dot{V}_{\rho}=p_{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{I}_{\rho}\ddot{V}_{\rho}+\bar{R}_{\rho}\dot{V}_{\rho}+\left(\frac{1}{C_{\rho}}\right)V_{\rho}=p_{S}$$

Άσκηση 14: ΛΥΣΗ

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ …

- ***ανάλογα με την επιλογή του Β.Ε., το εξεταζόμενο συζευγμένο δυναμικό σύστημα είναι δυνατόν να αναχθεί είτε σε ένα ισοδύναμο γραμμικό μηχανικό σύστημα είτε σε ένα ισοδύναμο υδραυλικό κύκλωμα***

αναγωγή σε ισοδύναμο γραμμικό μηχανικό σύστημα

το ρευστό εμφανίζεται στη συνολική ισοδύναμη μάζα του συστήματος (σε αυτόν τον όρο υπάρχει η αδράνεια του ρευστού) και στη συνολική ισοδύναμη απόσβεση του συστήματος (σε αυτόν τον όρο υπάρχει η απόσβεση του ρευστού, η οποία οφείλεται στις υδροδυναμικές τριβές)

αναγωγή σε ισοδύναμο υδραυλικό κύκλωμα

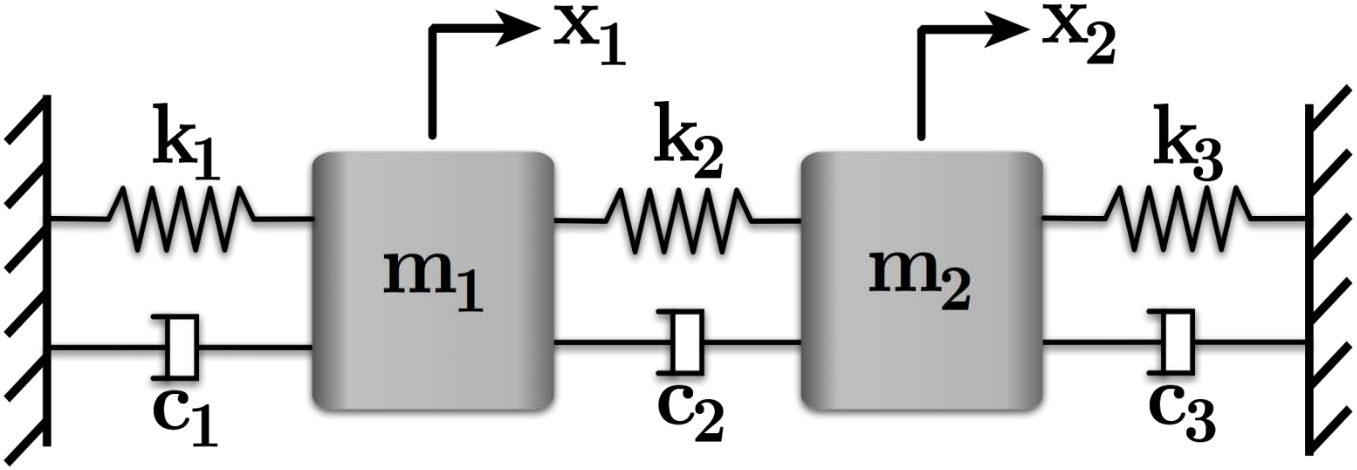
η μάζα του μηχανικού συστήματος εμφανίζεται ως μία πρόσθετη δύναμη αδρανείας στο υδραυλικό σύστημα. Το ελατήριο του μηχανικού συστήματος εμφανίζεται ως μία πρόσθετη δύναμη ελαστικότητας στο υδραυλικό σύστημα.

- ***λόγω ελαστικότητας του εμβόλου, το ρευστό αποκτά μία ισοδύναμη ελαστικότητα***
- ***από φυσική άποψη, η ποσότητα εκφράζει τη συμπιεστότητα του ρευστού***
- ***ο αποσβεστήρας του μηχανικού συστήματος εμφανίζεται ως μία πρόσθετη δύναμη αντίστασης στο υδραυλικό σύστημα***

- ***συνοπτική παρουσίαση των εξισώσεων για την εφαρμογή της Ενεργειακής Αρχής Lagrange στην αναγωγή σε ισοδύναμο μηχανικό σύστημα και στην αναγωγή σε ισοδύναμο υδραυλικό σύστημα***

	Αναγωγή σε μηχανικό σύστημα		Αναγωγή σε υδραυλικό σύστημα	
Μέγεθος	Εξίσωση υπολογισμού	Ορισμός δυναμικών μεγεθών	Εξίσωση υπολογισμού	Ορισμός δυναμικών μεγεθών
T	$\frac{1}{2} M \dot{x}^2$	$M = I_\rho A^2 + m$ $I_\rho = \left(\frac{\rho L_\sigma}{A_\sigma}\right)$	$\frac{1}{2} \bar{I}_\rho \dot{V}_\rho^{\,2}$	$\bar{I}_\rho = I_\rho + \left(\frac{m}{A^2}\right)$
U	$\frac{1}{2} K x^2$	$K = k$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{C_\rho}\right) V_\rho^{\,2}$	$\left(\frac{1}{C_\rho}\right) = \left(\frac{k}{A^2}\right)$
P_C	$\frac{1}{2} C \dot{x}^2$	$C = \left(R_\rho A^2 + c\right)$	$\frac{1}{2} \bar{R}_\rho \dot{V}_\rho^{\,2}$	$\bar{R}_\rho = \left(R_\rho + \left(\frac{c}{A^2}\right)\right)$
P_t	$F_S \dot{x}$	$F_S = p_S A$	$p_S \dot{V}_\rho$	p_S : πίεση αντλίας
	Εξίσωση κίνησης συστήματος			
	$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = F_S$		$\bar{I}_\rho \ddot{V}_\rho + \bar{R}_\rho \dot{V}_\rho + \left(\frac{1}{C_\rho}\right) V_\rho = p_S$	

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!



Εργαστήριο
Δυναμικής & Κατασκευών

Δρ. Αντωνιάδης Ι. . . . . antogian@central.ntua.gr
Δρ. Γιακόπουλος Χ. . . . chryiako@central.ntua.gr