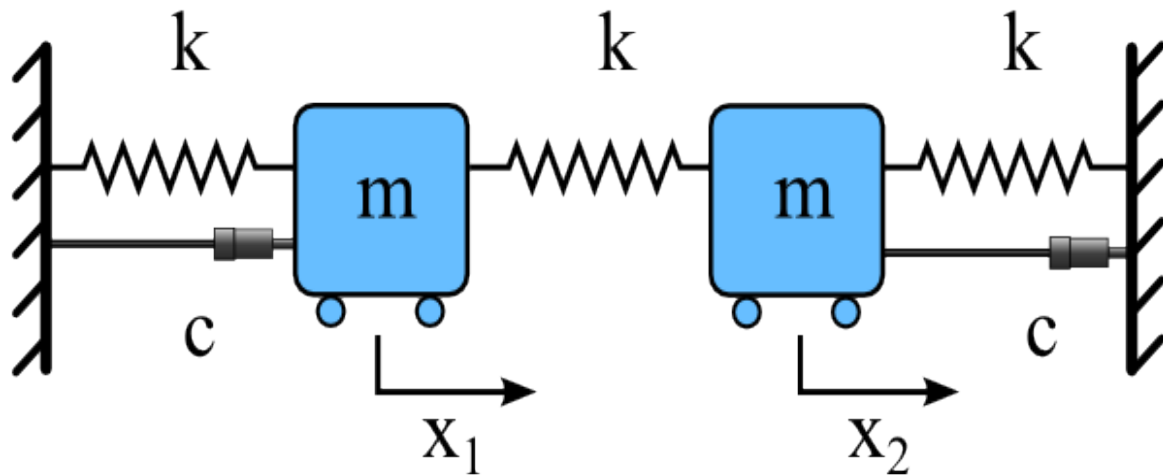




# ΑΣΚΗΣΗ 22





Copyright © Ε.Μ.Π. - 2017

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών – Εργαστήριο Δυναμικής και Κατασκευών – κτ. Μ – αιθ. Μ002

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

**Απαγορεύεται** η χρήση, αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας παρουσίασης, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για πάσης φύσεως εμπορικό ή επαγγελματικό σκοπό.

**Επιτρέπεται** η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσεως, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Πληροφορίες

Δρ. Ι. Αντωνιάδης, Καθηγητής, [antogian@central.ntua.gr](mailto:antogian@central.ntua.gr), 210-7721524

Δρ. Χ. Γιακόπουλος, ΕΔΙΠ, [chryiako@central.ntua.gr](mailto:chryiako@central.ntua.gr), 210-7722332



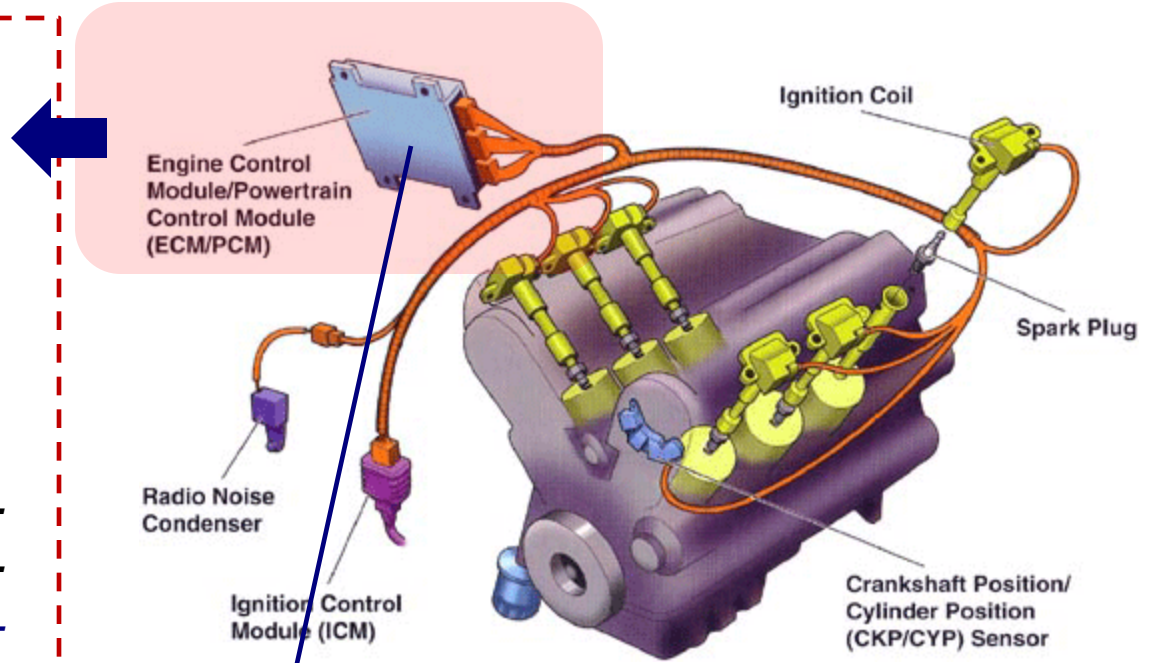
# Άσκηση 22: Εκφώνηση



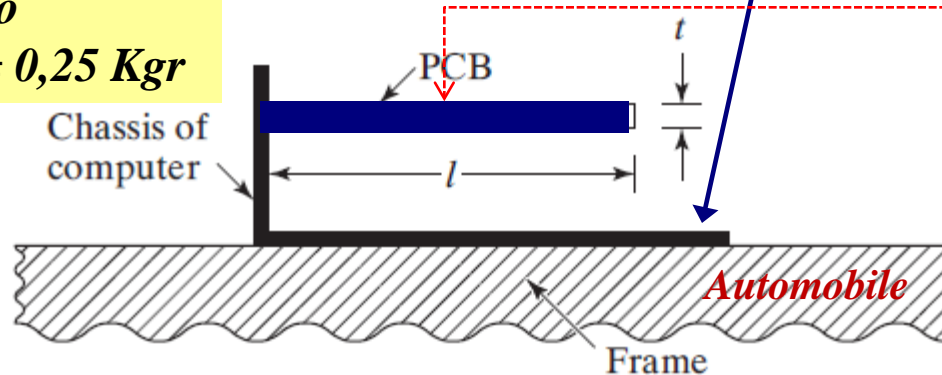
- Ηλεκτρονική πλακέτα  
(printed circuit board - PCB)



- υλικό: πολυμερές ενισχυμένο με ίνες γυαλιού, άνθρακα, βαλσάτη, κλπ. (Fiber-reinforced plastic composite material)



στιβαρό  
 $m_{chassi} = 0,25 \text{ Kgr}$



μήκος  $l = 25 \text{ cm}$   
 πλάτος  $w = 20 \text{ cm}$   
 πάχος  $t = 0,3 \text{ cm}$   
 $m_{PCB}/A = 0,005 \text{ Kgr/cm}^2$   
 $E \text{ (Young's)} = 15 \times 10^9 \text{ N/m}^2$   
 λόγος απόσβεσης  $\zeta = 0,01$

Υφίσταται κραδασμούς από την μηχανή στις 3000 rpm



**Απαίτηση ...** συντελεστής μεταδοτικότητας  **$TR < 10\%$**  στην πλακέτα *PCB*



Έλεγχος και εάν δεν πληρείται η απαίτηση ...

Σχεδιασμός ...

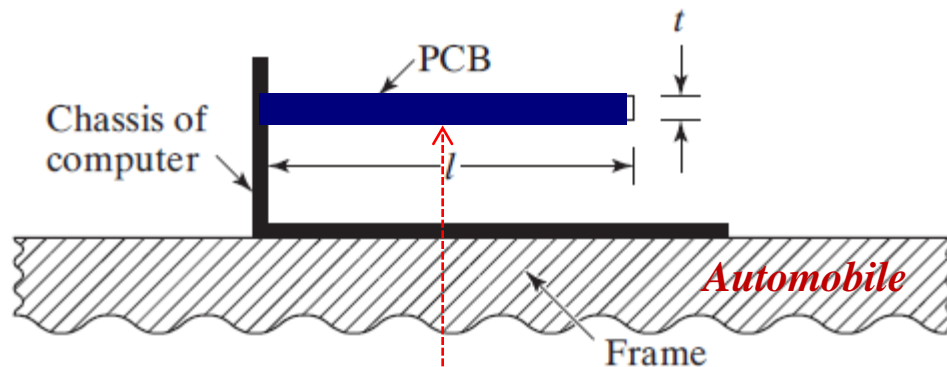
κατάλληλο **σύστημα απομόνωσης κραδασμών** (*isolator*)  
μεταξύ σασσί *HY* (*chassis of computer*) και πλαισίου  
αυτοκινήτου (*frame of automobile*)



## Άσκηση 22: ΛΥΣΗ

□ έλεγχος του **συντελεστή μεταδοτικότητας** ...

$$TR = \frac{X}{Y} = \left\{ \frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{υπολογισμός ...} \rightarrow r = \frac{\omega}{\omega_n}$$



η πλάκα PCB στηρίζεται στο σασσί του ΗΥ ως **πρόβολος**

η μάζα της είναι ...

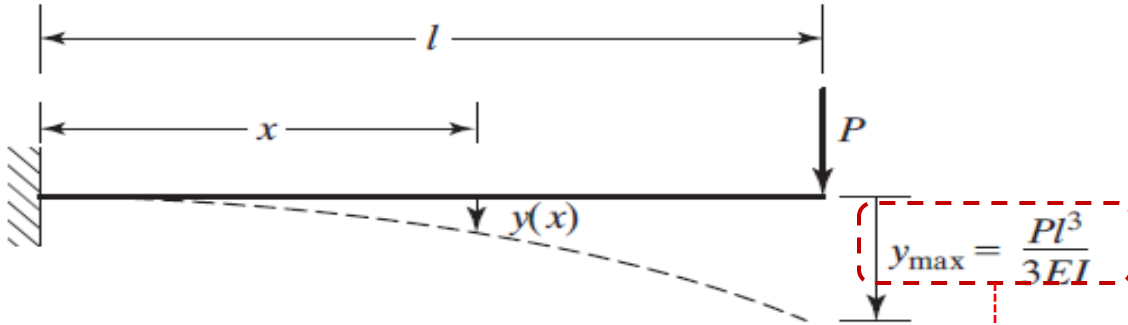
$$m_{PCB} = l * w * (m_{PCB}/A) = 25 \times 20 \times 0.005 = 2.5 \text{ kg}$$



## Άσκηση 22: ΛΥΣΗ



\*



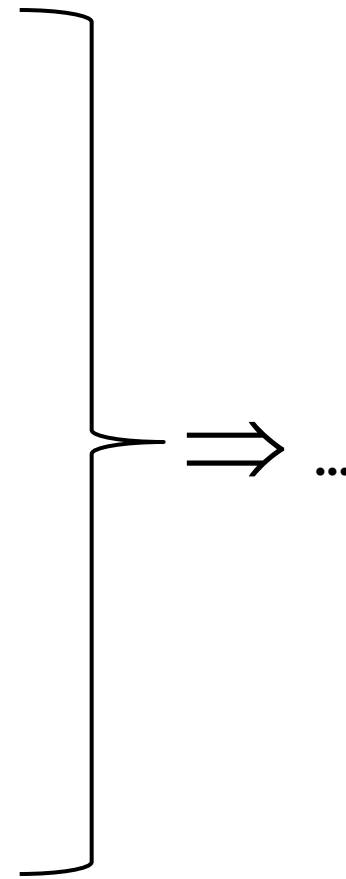
η **στατική παραμόρφωση** ενός πρόβολου υπό συγκεντρωμένο φορτίο στο άκρο του είναι ...

$$y(x) = \frac{Px^2}{6EI}(3l - x) = \frac{y_{\max}x^2}{2l^3}(3l - x) = \frac{y_{\max}}{2l^3}(3x^2l - x^3)$$

οπότε η **ταχύτητα** είναι ...  $\dot{y}(x) = \frac{\dot{y}_{\max}}{2l^3}(3x^2l - x^3)$

επίσης, η **μέγιστη κινητική ενέργεια** του πρόβολου είναι ...

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{m}{l} \{\dot{y}(x)\}^2 dx$$





$$\Rightarrow \dots T_{\max} = \frac{m}{2l} \left( \frac{\dot{y}_{\max}}{2l^3} \right)^2 \int_0^l (3x^2l - x^3)^2 dx = \frac{1}{2} \frac{m}{l} \frac{\dot{y}_{\max}^2}{4l^6} \left( \frac{33}{35} l^7 \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{33}{140} m \right) \dot{y}_{\max}^2$$

ισοδύναμη μάζα στο ελεύθερο άκρο...  $m_b = m_{eq}$

$$m_b = \frac{33}{140} m_{PCB} = \frac{33}{140} (2.5) = 0.5893 \text{ kg}$$

η **δυσκαμψία** (stiffness) της πλάκας PCB είναι ...  $k_b = \frac{3EI}{l^3}$

όπου, η **πολική ροπή αδράνειας I** της πλάκας PCB είναι ...

$$I = \frac{1}{12} wt^3 = \frac{1}{12} (0.20)(0.003)^3 = 45 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

και ...  $E = 15 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

$\Rightarrow \dots$



$$\Rightarrow \dots \quad k_b = \frac{3EI}{l^3} = \frac{3(15 \times 10^9)(45 \times 10^{-8})}{(0.25)^3} = 1.296 \times 10^6 \text{ N/m}$$

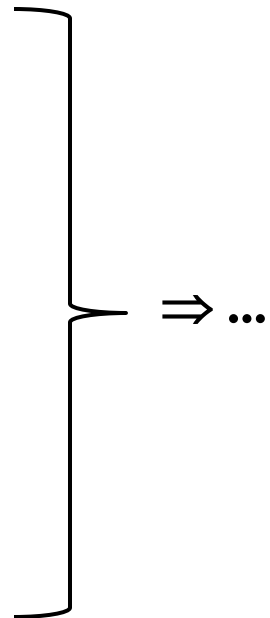
η φυσική συχνότητα (natural frequency) της πλάκας PCB είναι ...

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_b}{m_b}} = \sqrt{\frac{1.296 \times 10^6}{0.5893}} = 1482.99 \text{ rad/s}$$

η συχνότητα των ταλαντώσεων της βάσης (σασσί HY) είναι ...

$$\omega = \frac{2\pi(3000)}{60} = 312.66 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \dots \quad r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{312.66}{1482.99} = 0.2108$$







οπότε, ο **συντελεστής μεταδοτικότητας** είναι ...

$$TR = \frac{X}{Y} = \left\{ \frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \zeta = 0,01 \quad \left\{ \frac{1 + [2(0.01)(0.2108)]^2}{(1 - 0.2108^2)^2 + [2(0.01)(0.2108)]^2} \right\} \Rightarrow$$

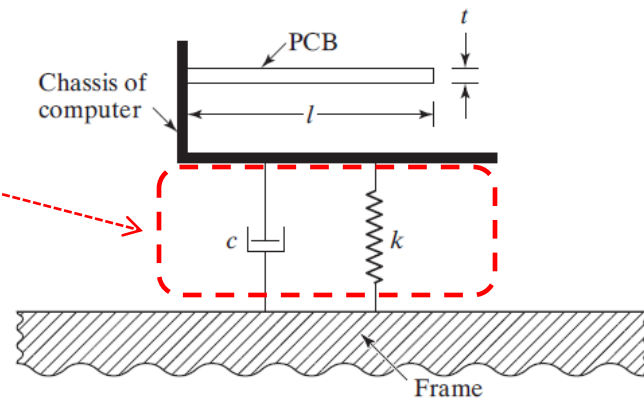
$$\Rightarrow TR = 1,0465 \quad \text{ή} \quad 104,65 \%$$

ΆΡΑ, ο υπολογιζόμενος **συντελεστής μεταδοτικότητας** είναι ...

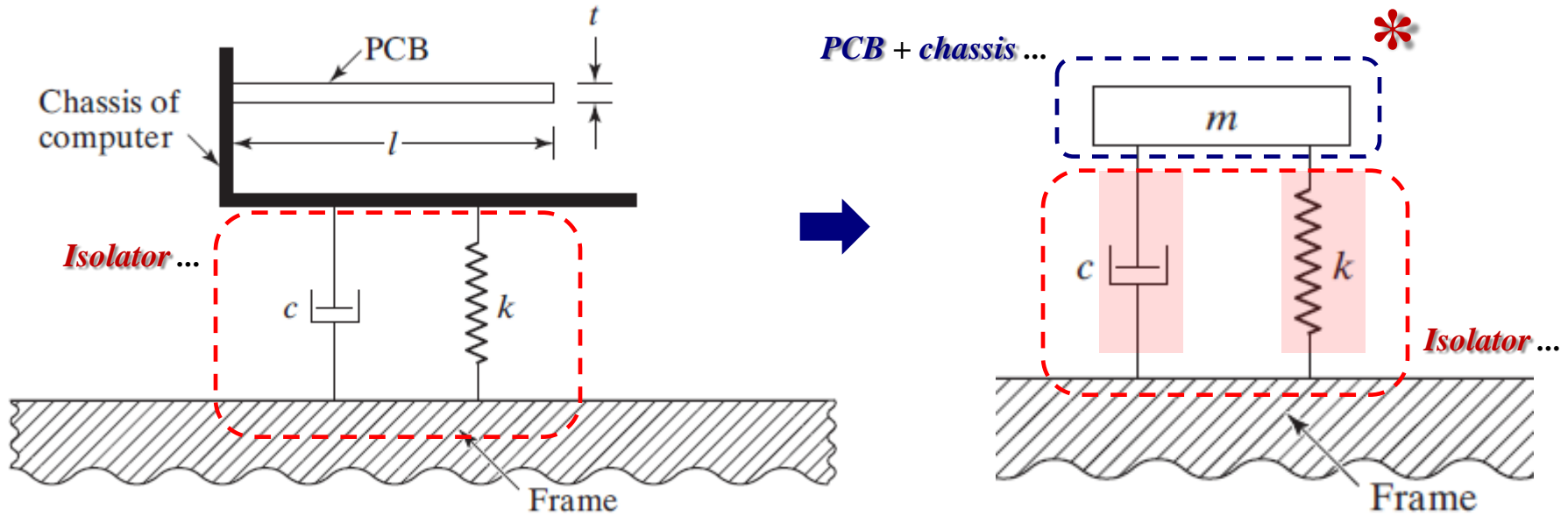
**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ** από την απαίτηση που είναι 10 %...



σχεδιασμός **απομονωτή**  
(isolator) μεταξύ σασσί ΗΥ  
και πλαισίου οχήματος



## Μοντελοποίηση ...



\* για διευκόλυνση των υπολογισμών ...

... η πλάκα PCB θεωρείται στιβαρή μάζα (*rigid mass*) δίχως ελαστικότητα



οπότε, αντί για δυναμικό σύστημα 2 Β.Ε καταλήγουμε σε ένα δυναμικό σύστημα 1 Β.Ε., όπου η ισοδύναμη μάζα είναι ...

$$m = m_{\text{PCB}} + m_{\text{chassis}} = 2.5 + 0.25 = 2.75 \text{ kg}$$



**ΠΡΕΠΕΙ...**

$$TR = \mathbf{0,1} = \left\{ \frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \zeta = 0,01 \quad \left\{ \frac{1 + [2(0.01)r]^2}{(1 - r^2)^2 + [2(0.01)r]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\dots)^2 \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow \dots \quad r^4 - 2.0396r^2 - 99 = 0 \quad \Rightarrow \dots \quad r^2 = 11.0218 \quad \Rightarrow \dots$$

θετική ρίζα

$$\Rightarrow r = 3.319$$

οπότε, ο **συντελεστής δυσκαμψίας** της πλάκας PCB (και του σασσί) είναι ...

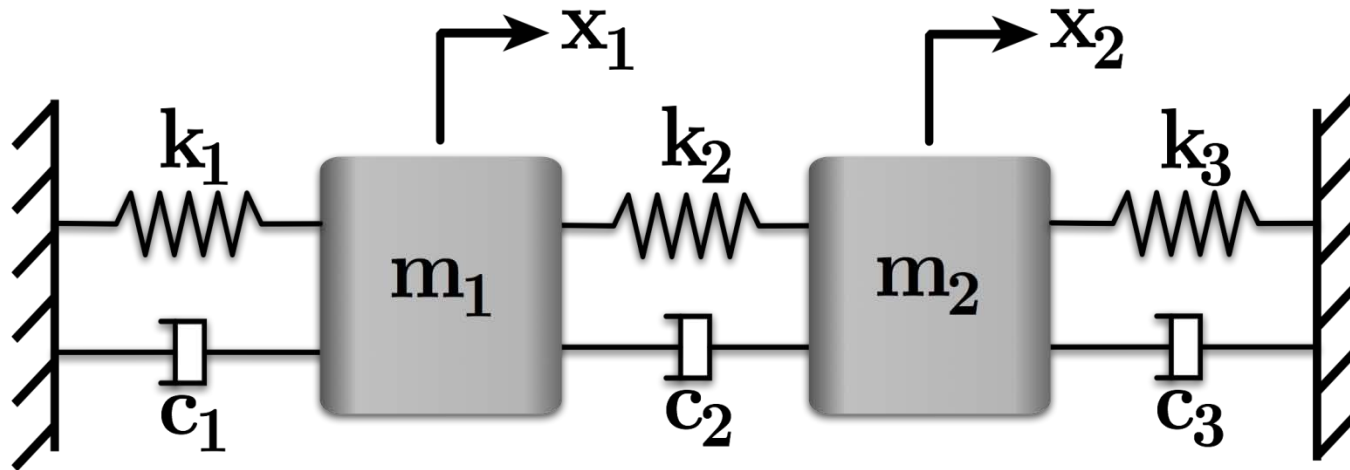
$$k = \frac{m\omega^2}{r^2} = \frac{(2.75)(312.66^2)}{11.0218} = 24,390.7309 \text{ N/m}$$

και, η **σταθερά απόσβεσης** της πλάκας PCB (και του σασσί) είναι ...

$$c = 2\zeta \sqrt{mk} = 2(0.01) \sqrt{(2.75)(24390.7309)} = 5.1797 \text{ N-s/m}$$



*Ευχαριστώ για την  
προσοχή σας!*



*Εργαστήριο  
Δυναμικής & Κατασκευών*

*Δρ. Αντωνιάδης Ι. . . . . antogian@central.ntua.gr*

*Δρ. Γιακόπουλος Χ. . . . chryiako@central.ntua.gr*