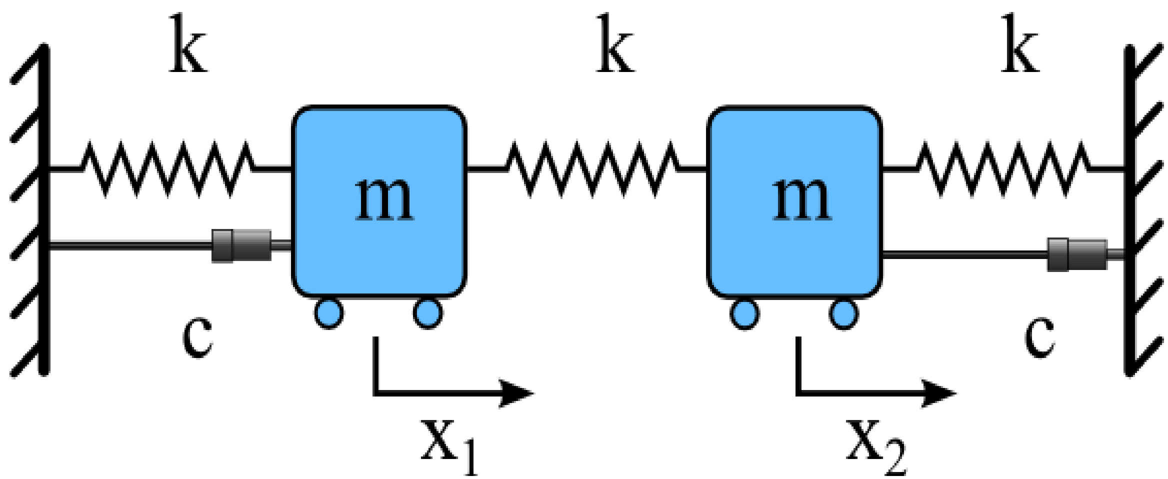
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ 6



έκδοση DYNI-EXC06-2016b

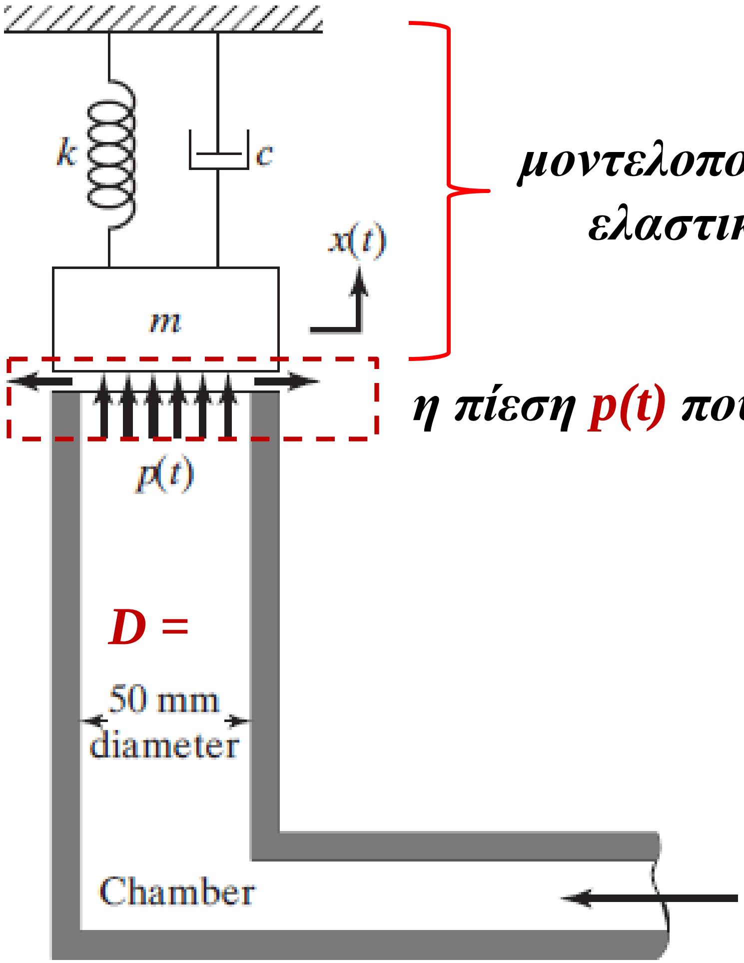
Πληροφορίες
Δρ. Ι. Αντωνιάδης, Καθηγητής, antogian@central.ntua.gr, 210-7721524
Δρ. Χ. Γιακόπουλος, ΕΔΙΠ, chryiako@central.ntua.gr, 210-7722332

υδραυλικό σύστημα ελέγχου

$k = 2500$ N/m

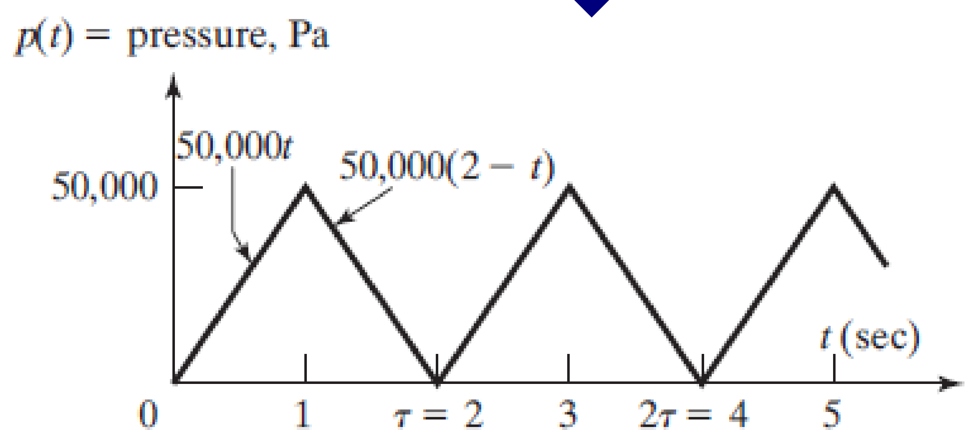
$c = 10$ N-s/m

$m = 0.25$ kg



μοντελοποίηση βαλβίδας & ελαστικής μεμβράνης

*η πίεση **p(t)** που εφαρμόζεται στη βαλβίδα περιγράφεται*



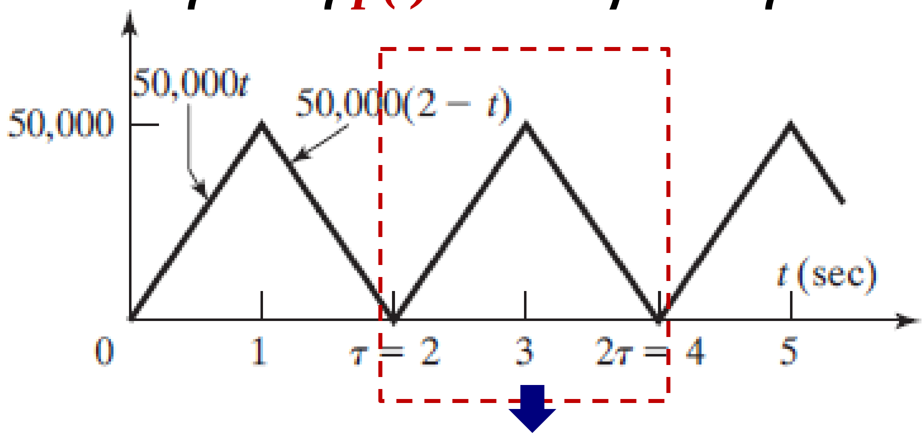
(?) *απόκριση βαλβίδας στην μόνιμη κατάσταση*

Άσκηση 6: ΛΥΣΗ

*η δύναμη **F(t)** που εφαρμόζεται στη βαλβίδα είναι:* $F(t) = Ap(t)$

όπου: $A = \dfrac{\pi\overset{D}{\boxed{(50)}}^{2}}{4} = 625\pi\ \text{mm}^2 = 0.000625\pi\ \text{m}^2$ ❶

και: *η πίεση **p(t)** είναι περιοδική*



περίοδος $\tau = 2$ *sec* $\rightarrow \omega = 2\pi/\tau = \pi$ *rad/sec*

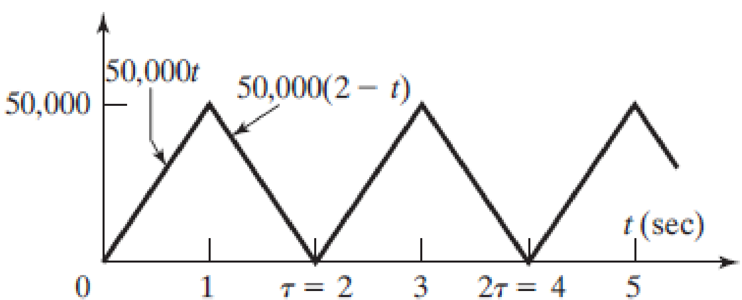
$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ *η δύναμη **F(t)** μπορεί να περιγραφεί από σειρά Fourier*

δηλαδή:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \cdots + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \cdots$$

επίσης, ισχύει:



$$\Rightarrow F(t) = \begin{cases} 50{,}000At & \text{for } 0 \leq t \leq \dfrac{\tau}{2} \\ 50{,}000A(2-t) & \text{for } \dfrac{\tau}{2} \leq t \leq \tau \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ***υπολογισμός a_o, a_n & b_n***

έτσι:

$$a_0 = \frac{2}{2}\left[\int_0^1 50{,}000At\,dt + \int_1^2 50{,}000A(2 - t)\,dt\right] = 50{,}000A$$

$$a_1 = \frac{2}{2}\left[\int_0^1 50{,}000At\cos\pi t\,dt + \int_1^2 50{,}000A(2 - t)\cos\pi t\,dt\right]$$

$$= -\frac{2\times 10^5 A}{\pi^2}$$

$$b_1 = \frac{2}{2}\left[\int_0^1 50{,}000At\sin\pi t\,dt + \int_1^2 50{,}000A(2 - t)\sin\pi t\,dt\right] = 0$$

$$a_2 = \frac{2}{2}\left[\int_0^1 50{,}000At\cos 2\pi t\,dt + \int_1^2 50{,}000A(2 - t)\cos 2\pi t\,dt\right] = 0$$

$$b_2 = \frac{2}{2}\left[\int_0^1 50{,}000At\sin 2\pi t\,dt + \int_1^2 50{,}000A(2 - t)\sin 2\pi t\,dt\right] = 0$$

και:

$$a_3 = \frac{2}{2}\left[\int_0^1 50{,}000At\cos 3\pi t\,dt + \int_1^2 50{,}000A(2-t)\cos 3\pi t\,dt\right]$$

$$= -\frac{2\times 10^5 A}{9\pi^2}$$

$$b_3 = \frac{2}{2}\left[\int_0^1 50{,}000At\sin 3\pi t\,dt + \int_1^2 50{,}000A(2-t)\sin 3\pi t\,dt\right] = 0$$

ομοίως: $a_4 = a_6 = \cdots = b_4 = b_5 = b_6 = \cdots = 0.$

λαμβάνοντας υπόψη ΜΟΝΟ τους 3 πρώτους όρους:

$$F(t) \simeq 25{,}000A - \frac{2\times 10^5 A}{\pi^2}\cos\omega t - \frac{2\times 10^5 A}{9\pi^2}\cos 3\omega t \qquad \text{❷}$$

ισχύει:

$$x_p = \frac{\alpha_0}{2\cdot k} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha_n / k}{\sqrt{(1-n^2\cdot q^2)^2 + (2\cdot\zeta\cdot n\cdot q)^2}} \cdot \cos(n\cdot\omega\cdot t - \varphi_n) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n / k}{\sqrt{(1-n^2\cdot q^2)^2 + (2\cdot\zeta\cdot n\cdot q)^2}} \cdot \sin(n\cdot\omega\cdot t - \varphi_n)$$

οπότε η 2 ***:***

$$x_p(t) = \frac{25{,}000A}{k} - \frac{(2\times 10^5 A/(k\pi^2))}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}\cos(\omega t - \phi_1)$$

$$- \frac{(2\times 10^5 A/(9k\pi^2))}{\sqrt{(1-9r^2)^2 + (6\zeta r)^2}}\cos(3\omega t - \phi_3)$$

επίσης, ισχύουν:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2500}{0.25}} = 100 \text{ rad/s}$$

φυσική συχνότητα συστήματος

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

συχνότητα ταλαντωτή

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{\pi}{100} = 0.031416$$

λόγος q ή r

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{10.0}{2(0.25)(100)} = 0.2$$

λόγος απόσβεσης

3

οπότε οι φάσεις είναι:

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1 - r^2}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{2 \times 0.2 \times 0.031416}{1 - 0.031416^2}\right) = 0.0125664 \text{ rad}$$

$$\phi_3 = \tan^{-1}\left(\frac{6\zeta r}{1 - 9r^2}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{6 \times 0.2 \times 0.031416}{1 - 9(0.031416)^2}\right) = 0.0380483 \text{ rad}$$

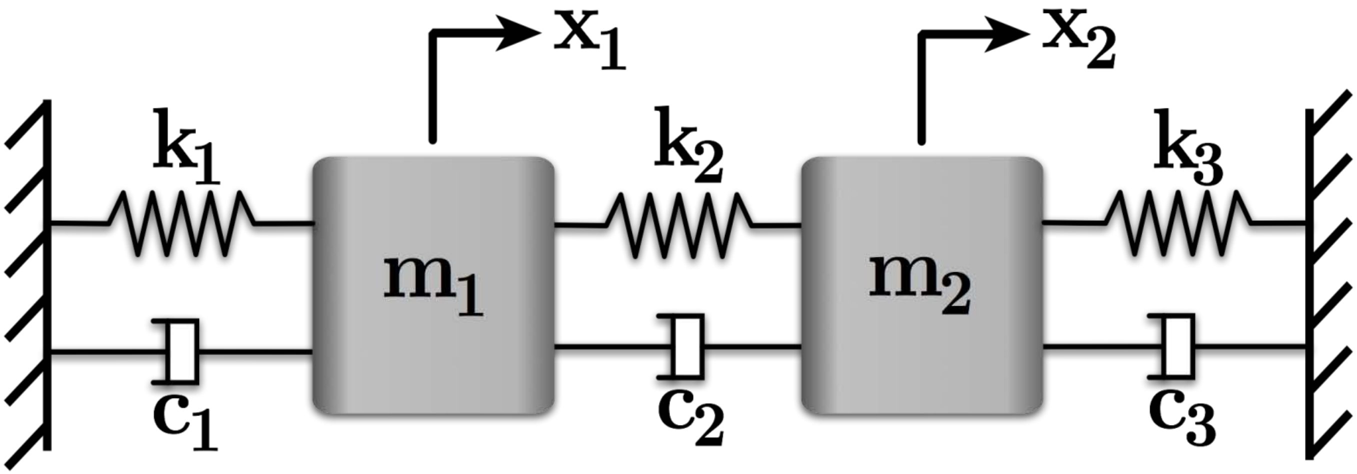
4

οπότε από:

❶ ❷ ❸ ❹ $\Rightarrow$ ***απόκριση βαλβίδας στην μόνιμη κατάσταση ...***

$$x_p(t) = 0.019635 - 0.015930\cos(\pi t - 0.0125664) - 0.0017828\cos(3\pi t - 0.0380483)\ \mathrm{m}$$

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!



Εργαστήριο
Δυναμικής & Κατασκευών

Δρ. Αντωνιάδης Ι. . . . . antogian@central.ntua.gr
Δρ. Γιακόπουλος Χ. . . . chryiako@central.ntua.gr